

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD

KATEDRA MATEMATIKY

TRIANGULACE A EDITOVÁNÍ

VRSTEVNIC

(DIPLOMOVÁ PRÁCE)

28.5.2003

Václav Strych

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracoval samostatně a s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

Na tomto místě bych také rád poděkoval vedoucí diplomové práce doc. dr. Ing. Ivaně Kolingerové za poskytnuté materiály, rady a připomínky. Dále pak ing. Karlu Jedličkovi za jeho připomínky a návrhy a v neposlední řadě Martinovi Volnému s firmy Atlas za jeho ochotu pomoci.

V Plzni, 28.5.2003

Obsah

1. Úvod	- 3 -
2. Způsoby znázorňování terénních ploch.....	- 4 -
2.1 Vrstevnice	- 4 -
2.2 Uložení terénní plochy v digitální podobě.....	- 5 -
3. Tvorba vrstevnic z množiny bodů	- 7 -
4. Typy triangulací.....	- 11 -
4.1 Triangulace	- 11 -
4.2 Delaunayova triangulace	- 13 -
4.3 Hltavá triangulace	- 15 -
4.4 Datově závislé triangulace.....	- 16 -
5. Diplomová práce ing. Čermáka.....	- 19 -
6. Problém zachycení hřbetnic a údolnic.....	- 23 -
6.1 Automatická oprava spočinků	- 23 -
6.2 Ruční opravy.....	- 25 -
7. Výběr vhodné triangulace.....	- 26 -
7.1 Delaunayova triangulace	- 26 -
7.2 Hltavá triangulace	- 27 -
7.3 Delaunayova a hltavá triangulace s povinnou hranou	- 31 -
8. Implementace	- 34 -
9. Závěr	- 40 -
Literatura	- 41 -
Přílohy.....	- 43 -
A. Uživatelská příručka	- 43 -
B. Ukázky výměnných formátů	- 48 -
C. Definice hlavních datových struktur.....	- 49 -
D. Ukázky grafických výstupů	- 50 -
Evidenční list	- 52 -

1. Úvod

Pro zobrazování výškové složky terénu se v mapě nejčastěji používají vrstevnice. Získání a následné vykreslení správných vrstevnic je proces velice náročný, který dříve zvládali pouze zkušení kartografové, speciálně pro toto vyškolení. V dnešní době, kdy je snaha většinu věcí automatizovat, se jeví vhodné využít počítač i pro tento účel.

Tato diplomová práce navazuje na práci dnes už ing. Pavla Čermáka, který se snažil z trojúhelníkové sítě vytvořit vrstevnice. Tato práce výsledky jeho činnosti hodnotí a snaží se vytvořit takové vrstevnice, které by se svým tvarem blížily k vrstevnicím vytvořeným mistry tohoto oboru.

Obecně lze říci, že kvalitní vrstevnice nelze vytvořit plně automatizovaně a vždy je nutný zásah kartografa. Je však snaha tuto ruční práci omezit a co největší díl práce přenechat počítači. Nalezení vrstevnic se provádí následujícím postupem: vytvoření vhodné trojúhelníkové sítě, vytvoření vrstevnic pomocí lomených čar, vyhlazení těchto lomených čar na křivky a ruční opravy kartografem. Předchozí práce se soustředila pouze na prostřední dva kroky tohoto postupu a to na vytvoření vrstevnic pomocí lomených čar a jejich vyhlazení. Tato diplomová práce si kladla za cíl prozkoumat první a poslední krok. To znamená výběr nejvhodnější triangulace pro kartografické práce a možnost opravy kartografem tam, kde automatizovaný proces selhává.

Práce je rozdělena do několika částí. V úvodních kapitolách vysvětlujeme význam vrstevnic, způsob ukládání DMT v počítači a postup výpočtu vrstevnic z tohoto modelu. V pozdějších kapitolách popisujeme vhodné triangulace pro kartografické účely, výsledky testů s nimi provedenými a doporučujeme, jaké postupy použít a čeho se při výpočtu vrstevnic vyvarovat. Součástí diplomové práce je také softwarový produkt umožňující vytvářet vrstevnice a editovat trojúhelníkovou síť, ze které se vrstevnice počítají. Tento software se spolu s testovacími daty nachází na přiloženém CD.

Předchozí práce byla implementována v Delphi a spouštěna v systému MVE (Modular Visualization Environment, <http://herakles.zcu.cz>). Pro potřeby editoru sítě byla značná část stávajícího kódu přeprogramována a nyní jde o samostatný program, který je však také vytvořen v programovacím jazyku Delphi.

2. Způsoby znázorňování terénních ploch

Zobrazení trojrozměrných dat na dvourozměrném médiu je obecně problém. Jelikož ale terénní povrch není skutečně trojrozměrný, ale tzv. 2,5D, tzn. že ke každé souřadnici X Y, existuje pouze jedno Z, lze tento povrch poměrně přesně a věrohodně do mapy zakreslit.

Pro zobrazení třetí složky terénu v mapě je možno použít řadu způsobů : kótu, šrafu, vrstevnici, stínování, tónování, barevnou hypsometrii, kombinaci předchozích způsobů, aj. Pro mapy velkých měřítek se u nás v současnosti používá pouze : kóta, vrstevnice a technická šrafa.

2.1 Vrstevnice [HuMi00]

Svislé průměty průsečnic terénního reliéfu s vodorovnými rovinami, které mají pravidelný rozestup od nulové nadmořské výšky, se nazývají vrstevnice. Jsou to tedy čáry, které spojují body o stejné nadmořské výšce, tato výška je zpravidla vhodným násobkem metru.

Rozestup mezi vodorovnými rovinami se nazývá interval. Pro jeho volbu, která je na měřítku mapy a na sklonu v celkovém převýšení terénu závislá, se klade požadavek, aby minimální rozestup vrstevnic na mapě byl 0,2 – 0,3 mm, aby bylo možno vrstevnice vykreslit nebo vyrýt v celém průběhu a nedošlo k jejich splynutí. Pro každou mapu se stanoví nejprve tzv. základní interval vrstevnic. U nás se zavedl základní interval takto:

pro měřítko 1 : 5 000 a větší	$i = 1 \text{ m}$
pro měřítko 1 : 10 000 a menší	$i = M / 5 000$

kde M je měřítková číslice.

V plochem terénu nebo u vrcholových tvarů bývá základní interval pro přesnější vyjádření terénního tvaru příliš velký. Používají se proto tzv. doplňující vrstevnice, které se vykreslí v polovičním nebo čtvrtinovém intervalu. Zpravidla se kreslí čárkovaně a použijí se pouze v místech, kde je jich nezbytně třeba pro dokreslení terénního reliéfu. Pro zvýšení čitelnosti mapy a usnadnění orientace ve vrstevnicovém obrazu se používají zdůrazněné vrstevnice. Tyto se vykreslí v celém svém průběhu silnější čarou. Obvykle se pro zdůrazněné vrstevnice volí pětinasobek základního intervalu.

V prostorách mapy, které byly sice zaměřeny, ale věrohodnost vrstevnic je časově značně omezena, protože v území dochází poměrně rychle k podstatným změnám (povrchové

doly, sesuvná území, pískovny, lomy, apod.) se použije pomocných vrstevnic, které slouží jen pro orientaci. Zpravidla se nekótují a znázorňují pouze přibližně reliéf terénu.

Kótování vrstevnic usnadňuje určení jejich výšek na mapě. Kóty se umísťují rozptýleně po celé ploše mapy do přerušovaných vrstevnic tak, aby číslice byly vždy orientovány proti svahu. Kótují se zpravidla zesílené vrstevnice

2.2 Uložení terénní plochy v digitální podobě

Digitální model terénu DMT [Krch79]

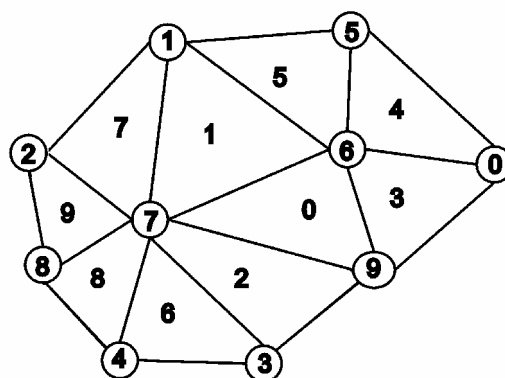
Jde o reprezentativní soubor bodů reliéfu terénu vybraných podle určitých pravidel, polohově lokalizovaných s přiřazeným vektorem (sloupcem hodnot) parametrů reliéfu terénu. Jde tedy o body, informace o nich a pravidla používání těchto informací.

Uložení DMT pomocí trojúhelníkové sítě

Pro daný typ výpočtu nad terénem se hodí určitý typ uložení DMT. Pro výpočet vrstevnic je vhodné použít vektorový model s nepravidelnou reprezentací pomocí trojúhelníků (Triangulated Irregular Network – TIN).

TIN model reprezentuje povrch jako skupinu trojúhelníků, které mohou mít různou velikost a tvar. Model uchovává topologické vztahy mezi trojúhelníky, neboť obsahuje informace o sousedech.

Příklad použití TIN modelu je na obr. 2.1. Pro uchování této sítě v paměti počítače je třeba mít uloženy tab. 2.1.



Obr. 2.1: příklad sítě TIN

Tab. 2.1a) obsahuje seznam vrcholů a k nim přiřazené geodetické souřadnice. Tab. 2.1c) přiřazuje k trojúhelníkům čísla jejich vrcholů. Tab. 2.1b) uchovává informace o sousedech jednotlivých trojúhelníků. V této tabulce je vhodné nějakým příznakem označit trojúhelník, který leží na kraji sítě. V tomto případě je tímto příznakem číslo -1. K zjištění informací o terénu postačují tabulky tab.2.1a) a tab.2.1c). Tab.2.1b) pomáhá při procházení trojúhelníkovou sítí.

Index vrcholu	Souřadnice			Index trojúhelníku	Indexy okolních trojúhelníků			Index trojúhelníku	Vrcholy		
	X	Y	Z		0	1	2				
0	X0	Y0	Z0	0	3	1	2	0	7	9	6
1	X1	Y1	Z1	1	0	5	7	1	1	7	6
2	X2	Y2	Z2	2	-1	0	6	2	7	3	9
3	X3	Y3	Z3	3	-1	4	0	3	6	9	0
4	X4	Y4	Z4	4	3	-1	5	4	5	6	0
5	X5	Y5	Z5	5	4	-1	1	5	1	6	5
6	X6	Y6	Z6	6	2	8	-1	6	4	3	7
7	X7	Y7	Z7	7	1	-1	9	7	2	7	1
8	X8	Y8	Z8	8	6	9	-1	8	8	4	7
9	X9	Y9	Z9	9	7	-1	8	9	8	7	2

a) souřadnice vrcholů

b) seznam sousedů

c) seznam vrcholů

Tab. 2.1: datová struktura TIN modelu

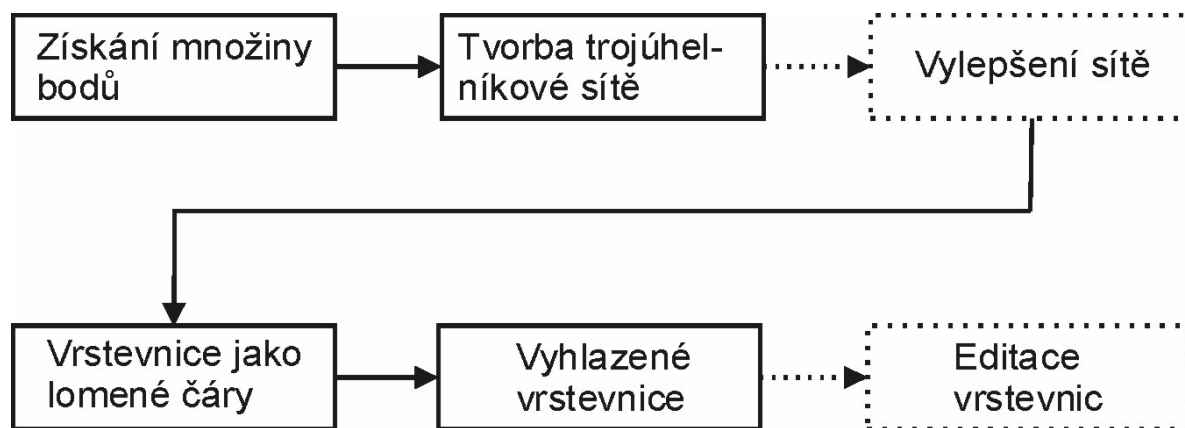
Pro vytvoření co nejvěrnějšího DMT jsou podstatné dva faktory: vhodná volba měřených bodů v terénu a tvorba dobré triangulace.

Při volbě bodů není jediným faktorem jejich počet. Nelze obecně říci, že pouze počet bodů DMT určuje jeho kvalitu. Použití pravidelného rozmístění je zde spíše na škodu, protože v určitém místě budou některé body redundantní a v místech, kde se terén prudce mění, může být naopak počet měřených bodů nedostatečný. Není tedy tak důležitý počet, ale spíše jejich umístění, a zda do výběru byly zahrnuty body ležící na všech důležitých singularitách.

Velkou měrou se na kvalitě DMT také podepisuje typ použité triangulace. Při použití nevhodné triangulace se výsledný model terénu může dosti lišit od skutečnosti.

3. Tvorba vrstevnic z množiny bodů

Proces tvorby vrstevnic z množiny bodů se dá popsat schématem uvedeným v obr. 3.1. Plnou čarou jsou vykresleny povinné části procesu, čárkovaně volitelné.



Obr. 3.1: schéma procesu tvorby vrstevnic

Získání množiny bodů

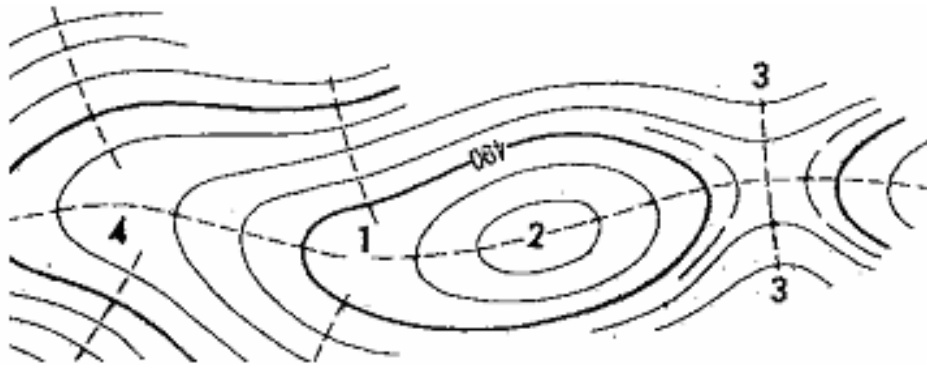
Touto částí se tato diplomová práce nezabývá a jsou používána data již pořízená. S ohledem na tvorbu trojúhelníkové sítě se dá typ vstupních dat definovat takto:

1. body získané novým měřením v terénu
2. body získané automatickým generováním bodů z již hotového DMT nebo získané stereofotogrammetrií
3. body odečtené z mapy s výškovou složkou

Pro správné vytvoření DMT je třeba měřené body umístit tak, aby zachycovaly všechny změny tvaru povrchu. Je třeba zaznamenat zejména hřbetnice¹, extrém², údolnice³ a změny sklonu svahu⁴ dle obr. 3.2. Hřbetnice je definovaná jako čára na styku dvou přilehlých svahů téhož hřbetu, nebo hřebene. Hřbetnice je spojnicí relativně nejvyšších bodů vypuklé terénní plochy. Údolnice je plynulá čára ve směru spádu, spojující body v nejnižších místech údolí. Údolnice určuje směr vodního toku, má vždy menší spád než přilehlé svahy. [HuMi00]

Při novém měření v terénu si dobrý topograf tyto body určí a zaměří. Hodně dat se v geodézii přebírá z již hotových map a pro potřeby tvorby DMT zejména z topografických map. Při jejich ruční digitalizaci je třeba vybrat body, které dobře charakterizují terén.

Problém nastává u automatického generování bodů z již hotových vrstevnic. Programy obvykle generují body tak, že po vytvoření DMT občas vznikají trojúhelníky mající všechny tři vrcholy ve stejné výšce (vodorovné trojúhelníky). To je velkým problémem při následné tvorbě vrstevnic, protože není možné určit, ve kterém trojúhelníku bude vrstevnice pokračovat. Posledním způsobem, jak data získat, je automatické generování bodů z již hotového DMT nebo ze softwaru zpracovávajícího stereo snímky (např. Erdas Imaging). Body jsou většinou generovány po zvoleném kroku v osách X a Y. Body vzniklé tímto způsobem obvykle negenerují vodorovné trojúhelníky, ale DMT se v extrémech odchyluje od reálného terénu. To je z důvodu, že generované body neleží přímo v extrémech a proto dochází k jejich vyhlazení.



Obr. 3.2: zobrazuje místa, které je nutné zaměřit při tvorbě DMT

Tvorba trojúhelníkové sítě

Jde o proces, kdy je vybrán určitý typ triangularizace a z množiny bodů je vytvořena trojúhelníková síť postupem jakým je uvedeno v kapitole 4. Většina této diplomové práce je zaměřena na tuto část procesu tvorby vrstevnic. Snahou bylo najít co nejvhodnější triangularizaci vhodnou pro použití v kartografii a ukázat výhody a nevýhody porovnávaných triangularizací.

Vylepšení sítě

I při použití vhodné triangularizace je možné, že se dá digitální model terénu ještě zlepšit. Například firma Atlas ve svém DMT vytváří nad každým trojúhelníkem zaoblenou plochu na základě Beziérových ploch, která hladce navazuje na plochy nad sousedními trojúhelníky. Plocha prochází všemi body trojúhelníkové sítě a přitom je spojitá a hladká.

Vrstevnice jako lomené čáry

Existují různé varianty algoritmu pro výpočet vrstevnic z DMT. Zde je popsán algoritmus podle [Čerm02].

Pro nalezení a výpočet vrstevnic je použit algoritmus, využívající sousednost trojúhelníků. Při znalosti výšky vrstevnice algoritmus sekvenčně prohledává tabulku trojúhelníků, dokud nenajde trojúhelník, jímž vrstevnice prochází. Poté se pomocí lineární interpolace vypočítají průsečíky s hranami tohoto trojúhelníku. Dále pak je nalezen sousední trojúhelník, na jehož společné hraně s prvním trojúhelníkem byl spočítán jeden ze dvou průsečíků a opět je spočítán průsečík na hraně, která je společná s dosud nezpracovaným trojúhelníkem. Tento postup se opakuje, dokud se algoritmus nevrátí do prvního trojúhelníku (pak je vrstevnice uzavřená) nebo dokud nenarazí na trojúhelník, který nemá souseda. V tomto případě dojde k otočení pořadí již vypočtených průsečíků a program se vrací do prvního trojúhelníku, kde prohledává síť v ještě nezpracovaném směru. Když i v tomto směru narazí na okrajový trojúhelník, pak jeden segment vrstevnice dané výšky je kompletně spočítán. Poté pokračuje v sekvenčním prohledávání tabulky trojúhelníků a hledá další vyhovující trojúhelník. Tabulku prohledá celou, přičemž přeskakujeme ty trojúhelníky, které již byly zpracovány. Přeskakování zpracovaných trojúhelníků je logické, protože vrstevnice konstantní výšky může jeden trojúhelník procházet maximálně jedenkrát. Tímto způsobem algoritmus nalezne všechny segmenty vrstevnice dané výšky.

Vyhlazené vrstevnice

Vyhlazování se v digitální kartografii používá hlavně z toho důvodu odstranění nežádoucího efektu lomového průběhu linie či z důvodu eliminace zanedbatelných detailů. Dá se říci, že jde v podstatě o estetickou úpravu dané digitální linie. Vyhlazování probíhá postupně na jednotlivých vrstevnicích a jde tedy o lokální výpočty. Může k nim být použito různých vyhlazovacích algoritmů. Ing. Čermák ve své práci implementoval dva vyhlazovací algoritmy. První je založen na matematickém a váhovém vyhlazování a druhý na B-spline křivkách. Algoritmy jsou popsány v [Čerm02].

Editace vrstevnic

Ani sebelepší triangularizace a dokonce ani další vylepšení trojúhelníkové sítě nevytvoří takový digitální model terénu, který by umožnil proces tvorby vrstevnic plně automatizovat. Protože velikost vstupních dat je omezená, a mohou se tedy vyskytnout místa, kde z daných dat není možné terén rekonstruovat přesně, není možné zaručit, že

vygenerované vrstevnice budou tento terén popisovat vhodně. O to, aby co největší díl práce mohl být automatizován, se snaží tato diplomová práce. Ale je zřejmé, že vždy bude nutný v konečné fázi zásah zkušeného kartografa.

4. Typy triangulací

Je-li dána množina bodů, existuje velice mnoho možností, jak ji triangularizovat. Výběr vhodné triangularizace zajistí vytvoření nejlepší možné triangulace zadaných bodů pro daný problém. V dnešní době se triangulace používají zejména ve třech odvětvích, a to:

- modelování terénu
- metoda konečných prvků ve skořepinách
- počítačová grafika

Tato práce se zabývá použitím triangulací pro tvorbu DMT. V práci jsou popsány pouze postupy, kdy se pracuje s konstantním počtem bodů a DMT není vyhlazován pomocí dalších interpolovaných bodů – tzv. Steinerovy vrcholy. Dále je třeba říci, že vždy pracujeme s planárními trojúhelníky.

4.1 Triangulace [Koli99]

Definice 1: Triangulace [Schu93]

Soubor $T = \{ t \}, i = 1, \dots, N_T$ trojúhelníků v rovině se nazývá triangulace oblasti Ω , pokud

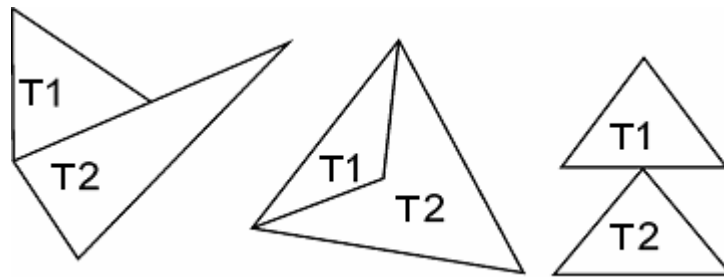
- libovolná dvojice trojúhelníků z T se vzájemně protíná buď v jednom společném vrcholu nebo v jedné společné hraně nebo je jejich průnik prázdný

a

- sjednocení trojúhelníků $\Omega = \{ t \}, i = 1, \dots, N_T$ je souvislá množina v 2D.

Množina Ω je vždy souvislá polygonální doména; obecně nemusí být konvexní a může obsahovat díry.

Obr. 4.1 ukazuje příklady vzájemných poloh trojúhelníků, které tato definice nepovoluje.



Obr. 4.1: zakázané konfigurace sítě

Tato definice je velmi obecná: pokrývá jak případ, kdy vrcholy trojúhelníku byly získány generováním trojúhelníkové sítě, tak úlohu, kdy byla množina vrcholů dána předem, případně kombinaci obojího (tj. část vrcholů je dána předem a část je přidána během triangulace – tzv. Steinerovy vrcholy).

Vlastnosti triangulace

Nechť je dána množina bodů v rovině $P = \{ p_i \}$, $i = 1, \dots, N$. Nechť $N_{CH(P)}$ je počet bodů konvexní obálky, N_E počet hran triangulace $T(P)$, N_T počet trojúhelníků $T(P)$ a N_H počet děr oblasti. Z Eulerova vztahu lze odvodit, že:

$$N_T = 2N - N_{CH(P)} + 2N_H - 2$$

$$N_E = 3N - N_{CH(P)} + 3N_H - 3$$

Tyto vztahy jsou významným vodítkem při posuzování, zda je generovaná trojúhelníková síť již kompletní. Skutečnost, že každá triangulace dané množiny bodů má stejný počet hran a trojúhelníků, je velmi důležitá i pro vzájemné porovnávání triangulací a řízení jejich kvality.

Kromě množiny bodů může být vstupem také množina tzv. povinných neboli omezujících hran, tj. hran, které mají být použity v triangulaci i za cenu, že v okolí povinné hrany nebude splněno některé kritérium kladené na výslednou triangulaci.

Kritéria kvality sítě

Je zřejmé že požadavky na tvar trojúhelníků sítě vyplývají z účelu, pro který je daná triangulace určena. Obecně však platí, že je výhodné vytvořit trojúhelníky rovnostranné a nikoliv protáhlé. Pokud je totiž později v trojúhelníku prováděna interpolace, je počítána ze

všech jeho vrcholů a je tudíž vhodné, aby vzdálenost k interpolovanému bodu nebyla příliš velká.

Nejoblíbenější mírou kvality triangulace je velikost nejmenšího úhlu $\alpha(T)$. Podle [Schu93] definujeme **Max-min úhlové kritérium** takto: triangulace T^* je optimální vzhledem k max-min úhlovému kritériu, jestliže nejmenší úhel triangulace $\alpha(T^*) \geq \alpha(T)$ pro všechny možné triangulace T dané oblasti na téže množině vrcholů.

Alternativou je naopak minimalizace maximálního úhlu triangulace, tzv. **min-mix úhlové kritérium**.

Dále si zavedme pojem **Lokálně optimální triangulace** [Schu93]: Triangulace T se nazývá lokálně optimální vzhledem k danému k nějakému kritériu, jestliže každý konvexní čtyřúhelník (složený z dvou trojúhelníků sdílejících vnitřní hranu triangulace) je triangularizován optimálně vzhledem k tomuto kritériu.

Jedním z dalších kritérií je **suma délek hran**. Velmi náročným kritériem je požadavek minimální celkové délky hran – tzn. váhy triangulace. Triangulace dosahující globálního minima dosažitelného na dané množině bodů se nazývají triangulace s minimální váhou (Minimum Weight Triangulation – MWT) a patří k obtížným a dosud ne zcela vyřešeným problémům výpočetní geometrie, jehož složitost zatím není známa.

4.2 Delaunayova triangulace - DT [Koli99]

Delaunayova triangulace se také někdy pojmenovává jako Deloneho triangulace.

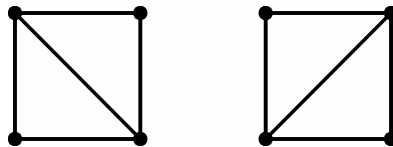
Definice 2: Delaunayova triangulace

Delaunayova triangulace $DT(P)$ definovaná na množině bodů P je množina trojúhelníků takových, že

- bod $p \in E^2$ je vrchol trojúhelníku v $DT(P) \Leftrightarrow p \in P$
- průsečík dvou trojúhelníků v $DT(P)$ je buď prázdný nebo je to společná hrana nebo společný vrchol
- kružnice opsaná každému trojúhelníku z $DT(P)$ neobsahuje žádný bod množiny P .

Vlastnosti Delaunayovy triangulace

- DT maximalizuje minimální úhel, a to jak u každého trojúhelníku, tak i u celé triangulace
- DT je jednoznačná, pokud žádné čtyři body neleží na kružnici, viz obr. 4.2.
- Hranice DT (P) je konvexní obálka P.
- Vnitřek trojúhelníků DT (P) neobsahuje žádné body P.
- Menší změny v síti bodů vedou pouze na lokální změny trojúhelníkové sítě v okolí bodu, i když v nepříznivém případě může tato změna vyvolat lavinovité změny v celé síti.



Obr. 4.2: nejednoznačnost při konstrukci DT pro čtyři body ležící na kružnici

Algoritmus Delaunayova triangulace

Pro Delaunayovu triangulaci existuje několik typů algoritmů. Jde o algoritmy typu:

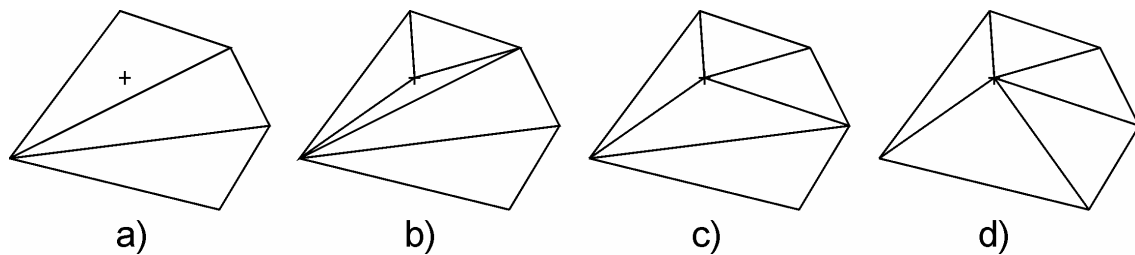
- lokální zlepšování
- inkrementální vkládání
- inkrementální konstrukce
- včlenění do vyšší dimenze
- rozděl a panuj
- nepřímá metoda přes tvorbu Voronoiova diagramu

Popišme nyní algoritmus inkrementálního vkládání. Jde o algoritmus implementačně nejjednodušší, mající však obvykle časovou složitost v nejhorším případě $O(N^2)$, neboť vytvářené hrany musí být v nejhorším případě testovány vůči všem již přijatým hranám. V očekávaném případě však tato metoda dosahuje $O(N \log N)$ a někdy dokonce $O(N)$.

1. Vytvoření trojúhelníku obsahujícího všechny triangularizované body.
2. Přidání jednoho bodu do triangulace a rozdělení trojúhelníku, ve kterém vkládaný bod leží.
3. Testování rozdělených trojúhelníků podle úhlového kritéria a případné prohození diagonál mezi nimi a sousedními trojúhelníky.

4. Rekurzivní testování všech sousedů nových trojúhelníků dle stejného kritéria, dokud v síti existují netestovaní sousedi nových trojúhelníků.
5. Pokud existuje další bod pro přidání do triangulace, pokračovat bodem 2.
6. Zrušení vrcholů trojúhelníku tvořících první trojúhelník.

Na obr. 4.3 je vidět, proč je třeba podle bodu 4 rekurzivně testovat všechny trojúhelníky sousedící se změněnými trojúhelníky. Nesplnění úhlového kritéria se může od přidávaného bodu šířit dále než jen k bezprostředním sousedům.



Obr. 4.3: ukázka šíření nesplnění úhlového kritéria

4.3 Hltavá triangulace – GT [Koli99]

V literatuře lze také najít pod pojmem žravá triangulace, nebo greedy triangulation.

Hltavý algoritmus triangulace je takový, který se nikdy nevrací a nemění nic v již hotové části triangulace. V každém kroku je do triangulace přidána jedna hrana a proces tvorby skončí po dosažení celkového počtu hran triangulace. Celkový počet hran je dán počtem bodů a počtem hran konvexní obálky.

Hltavá triangulace je složená z nejkratších možných vzájemně se neprotínajících hran. Mezi základní vlastnosti GT patří: za předpokladu, že žádné dvě hrany nemají stejnou délku, je GT jednoznačná. Z hlediska úhlových kritérií nedává GT příliš dobré výsledky, protože tvar a úhly trojúhelníku se při konstrukci sítě neberou v potaz. GT bývá používána jako základ heuristik pro MWT – minimální váhy sice obecně nedosahuje, ale je z hlediska váhového kritéria lokálně minimální.

Algoritmus hltavé triangulace

Základní algoritmus žravé triangulace je implementačně jednoduchý, to je ale vyváжено časovou a paměťovou náročností. Algoritmus je následující:

1. vygenerovat všechny možné hrany,
2. vzestupně seřadit hrany podle délky,
3. vybrat nejkratší hranu z dosud nezpracovaných hran a přijmout ji do triangulace, pokud neprotíná žádnou z hran již přijatých,
4. opakovat krok 3, dokud není triangulace hotova nebo nezbývá žádná hrana.

Paměťová náročnost je $O(N^2)$. Složitost tohoto základního algoritmu je $O(N^3)$, v případě vylepšení $O(N^2 \log N)$. Pro testování byl využit základní algoritmus.

4.4 Datově závislé triangulace [Brow91] a [NDyn88]

V literatuře je obvykle najdeme pod pojmem *data dependent triangulations* (DDT). Většina triangulací je vytvořena pouze na základě znalosti umístění vstupních bodů v rovině. Pro tvorbu DMT je však někdy vhodné při triangularizaci použít i třetí (výškovou) souřadnici. DDT je souhrnný název pro triangulace, které výškovou složku využívají. Jde o triangulace, které nevznikají pouze z množiny bodu, ale vstupem je již nějaká hotová síť. Obvykle se jako vstupní triangulace používá Delaunayova a to z důvodu dobrých vlastností sítě a také pro časovou nenáročnost.

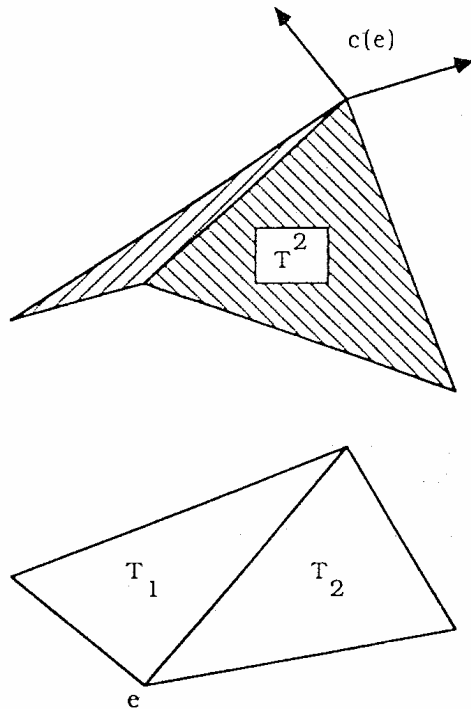
Na hranách založená lokální optimalizace - Edge based local optimization

Je dána množina bodů $\{p_i\}$, dále její konvexní obálka Ω a triangulace T . Hrana e je společná pro trojúhelníky T_1 a T_2 . $C(e)$ je cena hrany e a je definována jako úhel mezi normálami přilehlých trojúhelníků T_1 a T_2 . Cena triangulace CT je definována jako

$$CT = \sum (C(e))^2$$

kde suma je přes všechny vnitřní hrany triangulace T .

Na obr. 4.4 jsou zobrazeny trojúhelníky v prostoru a jejich normály. Dále pak průmět těchto trojúhelníků do roviny.

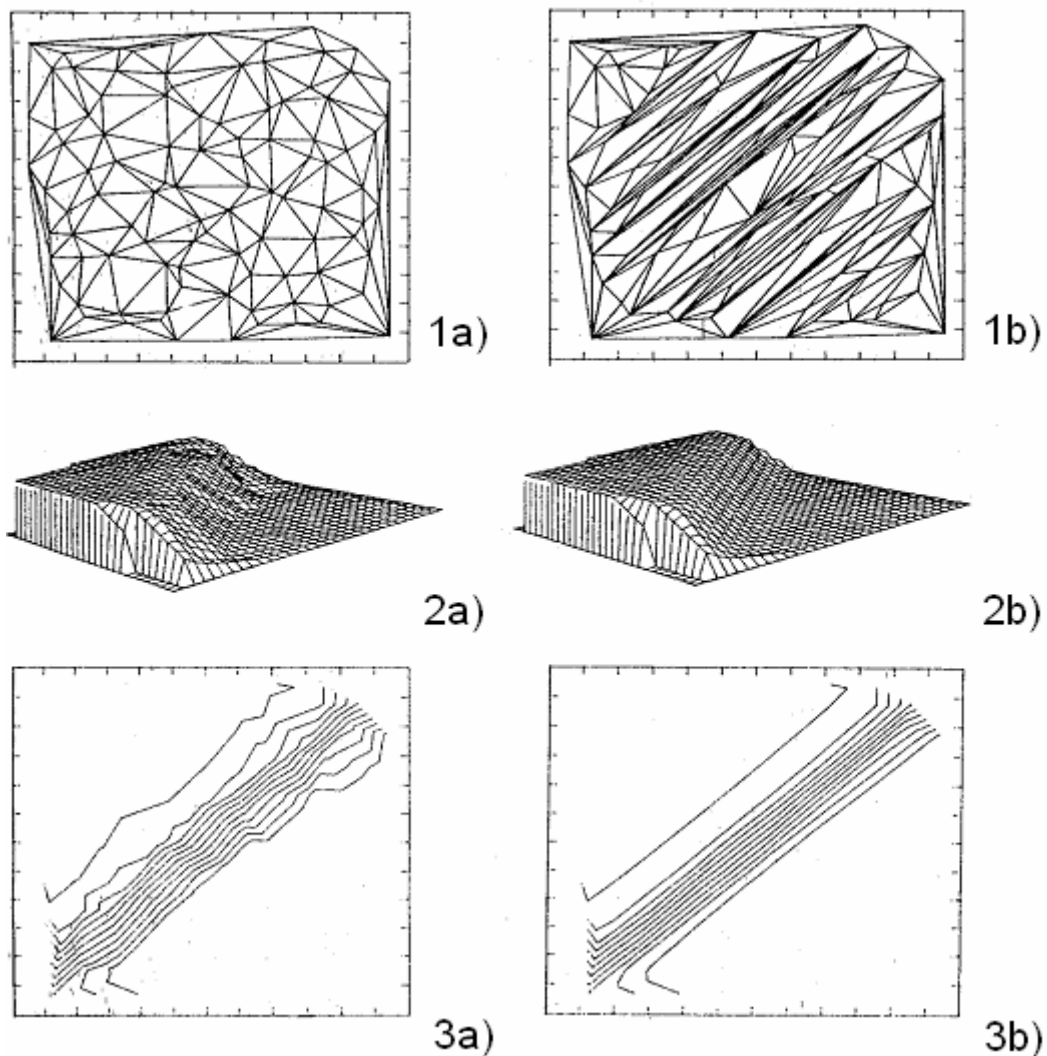


Obr. 4.4: T_1 a T_2 jsou trojúhelníky v rovině a T^1 a T^2 odpovídající trojúhelníky v prostoru

Na vrcholech založená lokální optimalizace - Vertex based local optimization

Množina bodů, konvexní obálka i triangulace jsou dány stejně jako v předchozím. Cena se však nestanovuje u hrany, ale u vrcholu. Cena se stanovuje jako součet čtverců úhlů mezi normálou vrcholu a normálami přilehlých trojúhelníků.

Na obr. 4.5 jsou písmenem a) označeny sítě vytvořené Delaunayovou triangulací a písmenem b) DDT triangulací. Číslem jedna je označeno zobrazení trojúhelníkové sítě v rovině. Pod číslem dva jsou k nahlédnutí 3D pohledy a pod číslem tři jsou zobrazeny vytvořené vrstevnice v místě svahu.

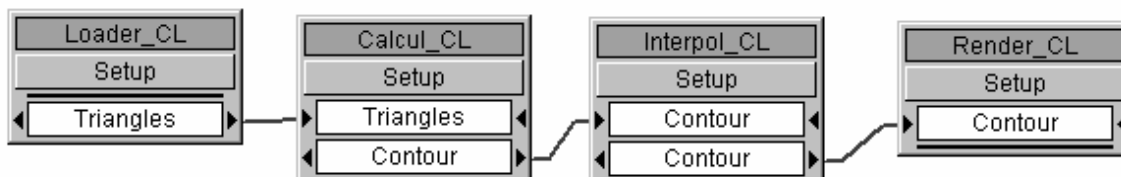


Obr. 4.5: ukázka výstupů z datově závislé triangulace

Jak je z obrázků patrné, je vhodné DDT triangulace používat v oblastech, kde se vyskytují terénní zlomy. Na obr. 4.5 – 1b) je vidět, že v triangulacích vytvořených pomocí DDT se v místě zlomu vyskytují hubené trojúhelníky, natočené svojí nejdelší stranou téměř rovnoběžně s hranou zlomu. DDT vytvoří ve směru zlomu více trojúhelníků než DT a větší počet trojúhelníků zajistí věrnější vystihnutí tvaru terénu. Dá se tedy říci, že v tomto místě DMT vytvořený pomocí DDT dobře popisuje terén a taktéž dobře vypadají i výsledné vrstevnice. Model vytvořený pomocí DT zlomy spíše vyhlazuje a k jejich vystihnutí je třeba použít povinných hran.

5. Diplomová práce ing. Čermáka

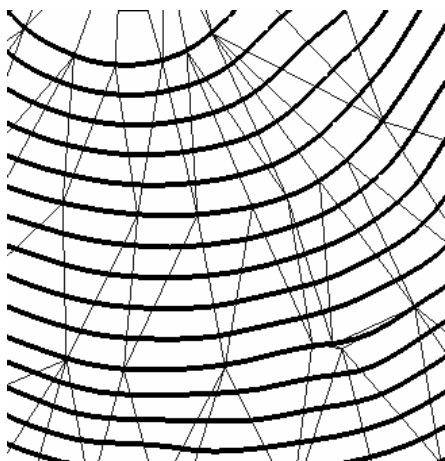
Pokud proces tvorby vrstevnic rozdělíme na části, pak podle obr.3.1 práce ing.Čermáka obsahovala kroky: *vrstevnice jako lomené čáry* a *zaoblené vrstevnice*. Obr. 5.1 zobrazuje postup výpočtu vrstevnic pomocí modulů MVE tak, jak byly použity v práci ing. Čermáka.



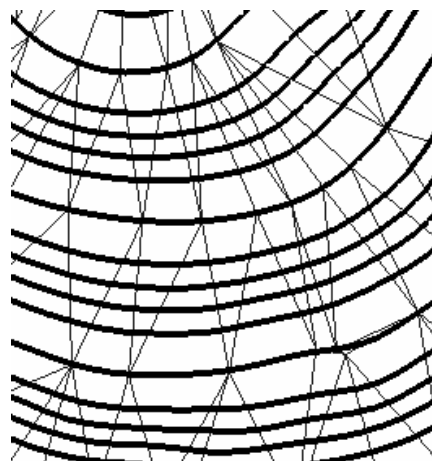
Obr. 5.1: schéma výpočtu vrstevnic v systému MVE

Tvorba vrstevnic z trojúhelníkové sítě byla provedena dvěma způsoby: lineární interpolací (tak jak je popsáno v kapitole 3, odstavci *Vrstevnice jako lomené čáry*) a nelineární Zienkiewiczovou interpolací. Více je popsáno v [Čerm02]. Ačkoliv Zienkiewiczova metoda je v porovnání s lineární mnohem výpočetně náročnější, zdá se že v některých případech může vést k horším výsledkům. Jeden příklad je uveden na obr.5.2.

Pozn. : Ing. Čermák používal pro tvorbu trojúhelníkové sítě vždy Deloneho triangulizaci a proto i všechny obrázky v této kapitole jsou vytvořeny pomocí této triangulizace.

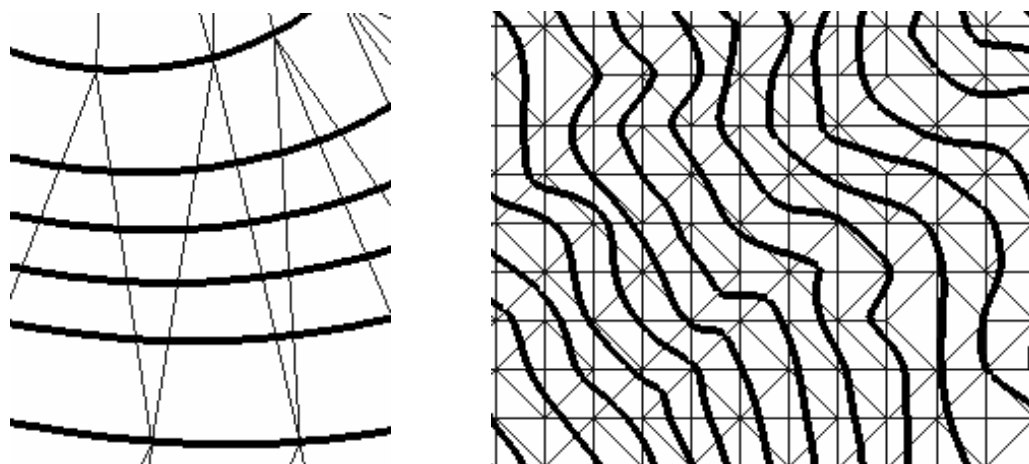


Obr. 5.2a): lineární interpolace



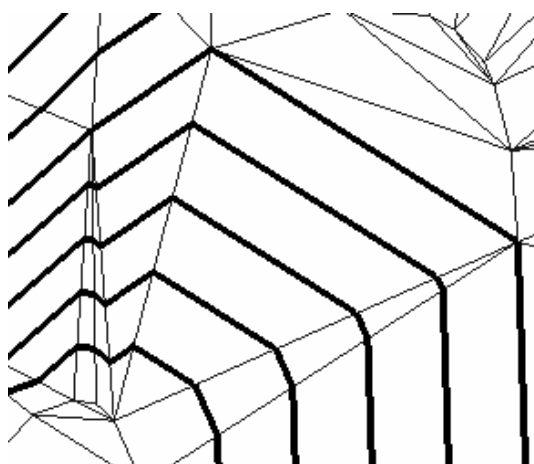
Obr. 5.2b): Zienkiewiczova metoda

Vrstevnice na obr. 5.2a) jsou vytvořeny lineární interpolací a na obr. 5.2b) Zienkiewiczovou interpolací. Vrstevnice na obr. 5.2a) se zdají být v pořádku, ale vrstevnice vytvořené Zienkiewiczovou metodou jsou na svahu rozmístěny v pásích. Na obr. 5.3a) je zobrazen výřez, který ukazuje, že střed pásu je položen ve středu trojúhelníků a ke krajům se hustota vrstevnic zmenšuje. To ukazuje na to, že vrstevnice je špatně prostorově umístěna. Toto se ale projeví pouze v případě trojúhelníkové sítě s velkými trojúhelníky. Pokud jsou k dispozici data s velkým počtem malých trojúhelníků, např. obr. 5.3b), pak tento problém zaniká.



Obr. 5.3a): Zienkiewiczova metoda **Obr. 5.3b):** Zienkiewiczova metoda, hustá síť

Dalším krokem je vyhlazení vypočtených vrstevnic. Na obr. 5.4 jsou zobrazeny vrstevnice, které vznikly interpolací v trojúhelníkové síti a dále již nebyly nijak vyhlazovány, ani upravovány.

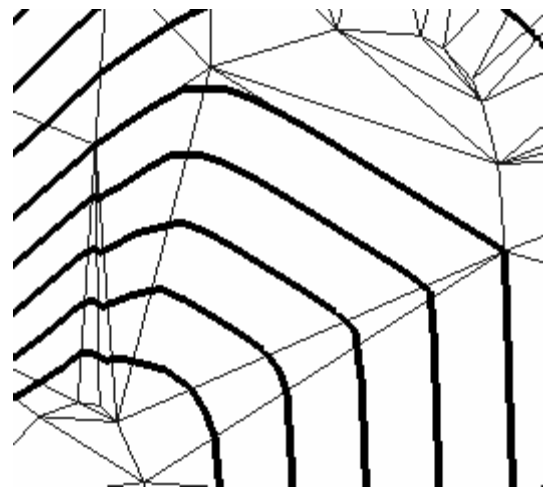


Obr. 5.4: DT-nevyhlazené vrstevnice

V diplomové práci ing. Čermáka jsou implementovány dva algoritmy, které se dají k vyhlazení vrstevnic použít. První metoda je nazvaná *Normal Smooth* a jde o kombinaci kubické interpolace a váhového průměrování. Jako druhá metoda je zvoleno vyhlazování *B-splinem*. Na obr. 5.5a) jsou zobrazeny vrstevnice vytvořené za pomoci funkce *Normal Smooth* a na obr. 5.5b) *B-splinem*. Z obrázku je patrné, že metoda vyhlazování pomocí B-spline křivek má problémy s vyhlazováním vrstevnice v případě, že prochází hubenými trojúhelníky.



Obr. 5.5a): normal Smooth



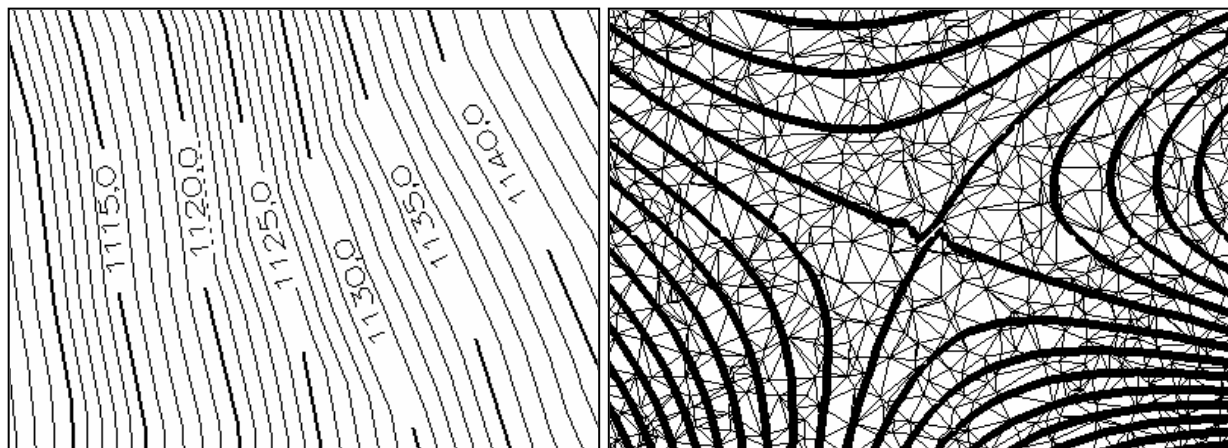
Obr. 5.5b): B-spline

Obecně lze říci, že tyto trojúhelníky by se neměly v triangulaci vůbec vyskytovat a každá triangularizace by se měla snažit je nevytvářet. Výběr vhodné triangulace, je popsán v kapitole 7. Pokud se přesto vyskytnou, je vhodné je nějakým způsobem z triangulace vyloučit ještě před výpočtem vrstevnic. Jednou z metod, doporučenou ing. Čadou, je sloučení takového trojúhelníku se třemi sousedními a vznik jednoho většího trojúhelníku.

Nesprávně vytvořené vrstevnice

Chyby vrstevnic, vzniklé programem ing. Čermáka, lze rozdělit na dva druhy. Jsou to chyby vzniklé použitím špatné triangulace, které budou podrobně popsány v kapitole 7 a chyby ostatní. Mezi chyby ostatní lze například zařadit již výše zmiňované chyby vyhlazováním B-splinem a Zienkiewiczovu metodu výpočtu vrstevnic. Mezi další chyby patří nesprávné umístění kót, tak jak je zobrazeno na obr. 5.6. Dále pak z kartografického hlediska špatně zobrazený sedlový bod, viz. obr. 5.7. Nutno však poznamenat, že pokud by měli vrstevnice vypadat jako na topografické mapě, muselo by dojít k jisté generalizaci, neboť i

když ve skutečnosti se v sedlovém bodě mohou vrstevnice téměř dotýkat, v mapě musí být zachována určitá vzdálenost jedné vrstevnice od druhé.



Obr. 5.6: špatně umístěné kóty

Obr. 5.7: chyba v zobrazení sedlového bodu

Zvláštním typem chyb je tvorba fiktivních spočinků, viz obr. 5.8. Spočinek je podle [HuMi00] část hřbetu vyvýšeniny, kde hřbetnice přechází do značně mírnějšího sklonu. Plocha spočinku ve srovnání s celkovým průběhem svahového hřbetu je podstatně méně skloněná, příp. vodorovná.

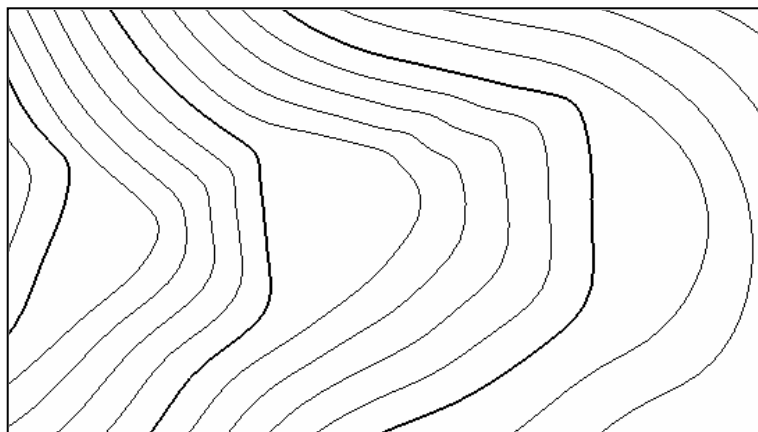


Obr. 5.8: ukázka fiktivního spočinku

Tato chyba se obvykle vyskytuje u trojúhelníků, které mají všechny tři vrcholy umístěné na stejné výšce. Jelikož výskyt této chyby velmi negativně ovlivňuje celou vrstevnicovou mapu, bude této chybě věnována celá následující kapitola.

6. Problém zachycení hřbetnic a údolnic

Největší podíl na kvalitě digitálního modelu má výběr vstupních bodů. Nevhodný výběr vstupních bodů, tak jak je popsáno v kapitole 3, odstavci *získání množiny bodů*, vede k tvorbě vodorovných trojúhelníků a k následnému vytvoření fiktivních spočinků. Ukázka fiktivních spočinků na údolnici je na obr. 6.1.



Obr 6.1: zobrazuje spočinky na údolnici

Principy vedoucí k jejich odstranění se dají rozdělit na dva typy. Prvním způsobem je automatická oprava spočinků, jinak řečeno automatické generování hřbetnic a údolnic. Druhým způsobem je ruční opravení takového spočinku zavedením povinné hrany vedoucí hřbetnicí, resp. údolnicí.

6.1 Automatická oprava spočinků

Při automatické opravě jsou ke vstupním bodům obvykle přidávány body charakterizující hřbetnici, resp. údolnici, případně generovány povinné hrany automaticky. Níže popsané metody nebyly implementovány a jedná se pouze o výtahy ze článků [Bran94] a [GGon02].

Automatická tvorba povinných hran [Bran94]

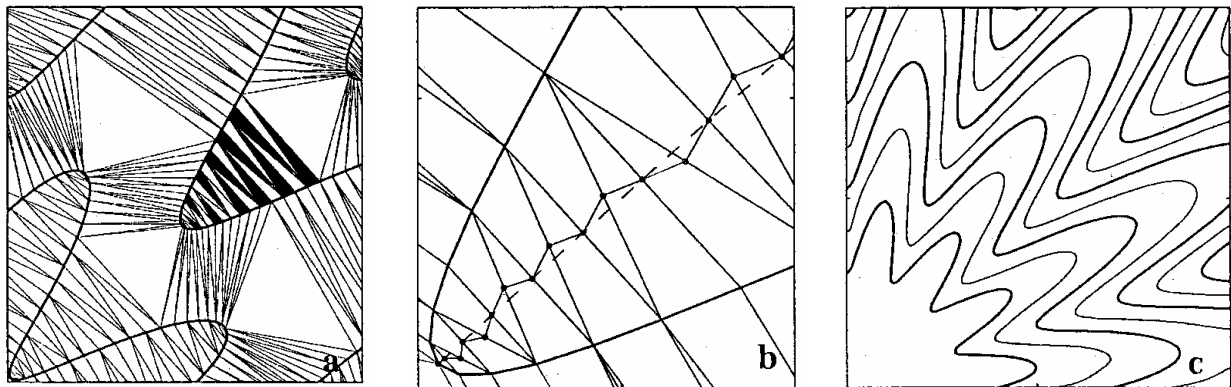
Jde o metodu založenou na tom, že vrstevnice procházející hřbetnicí, resp. údolnicí, vykazují největší křivost. Spojení dvou po sobě jdoucích vrstevnic v místech jejich největší křivosti tedy vytvoří povinnou hranu, která v triangulaci koresponduje s hřbetnicí, resp.

údolnicí. Metoda má však mnohá úskalí a také postup tvorby je poněkud komplikovaný. Vrstevnice jsou nejprve vygenerovány, následně vypočítány jejich křivosti, dále doplněny povinné hrany a nakonec vrstevnice znovu přepočítány. Metoda také není vždy spolehlivá a to v případě, kdy hřeben a údolí jsou téměř rovné.

Tvorba hřbetnic a údolnic pomocí středních os [GGon02]

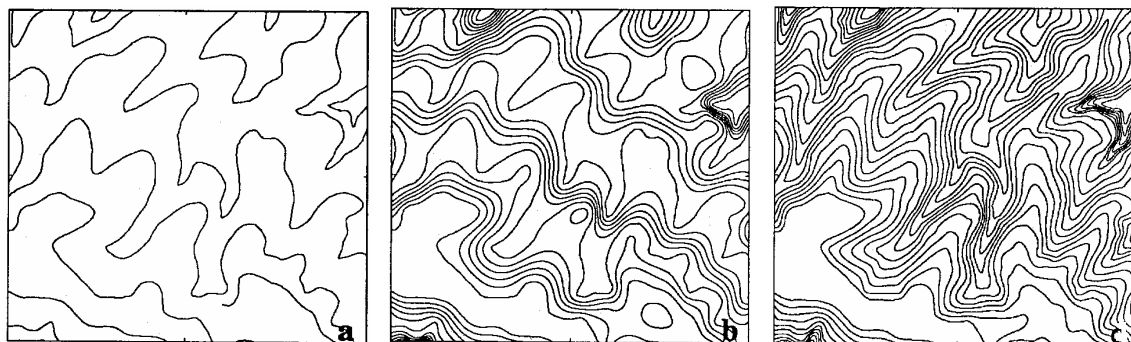
Jde o velice zajímavou metodu, kdy do stávající sítě jsou přidávány body umístěné na středních osách seskupených vodorovných trojúhelníků. Na obr. 6.2a) je zvýrazněna skupina sousedních vodorovných trojúhelníků, jejichž sloučením vznikne jeden n-úhelník (jedna hrana každého trojúhelníku leží na společné obvodové hranici). Jde o trojúhelníky, které mají všechny tři vrcholy na stejné vrstevnici. Na obr. 6.2b) je čárkovaně zobrazena skutečná střední osa takto vzniklého n-úhelníka a plnou čarou odhadovaná střední osa. Odhadovaná střední osa vzniká spojením středů neobvodových hran trojúhelníků.

Toto je pouze osa v rovině X, Y a je nutné jí doplnit výškovou složku. Na jednom konci osa protíná vrstevnici a na druhém je nutno najít pokračování k druhé vrstevnici. Tzn. že na obou koncích osy je známa její výška. Přidávaným bodům na střední osu se přiřadí výška daná lineární interpolací výšek krajních bodů osy (podle vzdálenosti). Obr.6.2c) ukazuje výsledné vrstevnice, na kterých je již eliminován vliv vodorovných trojúhelníků a tudíž se nevyskytují spočinky. Na rozdíl od obr.6.2, kde byla použita umělá data, zobrazují obr.6.3 reálný terén.



Obr.6.2: zobrazují umělá data

Na obr.6.3a) jsou zobrazeny původní vrstevnice. Obr.6.3b) zobrazuje, jak by vypadaly vrstevnice vytvořené bez použití této metody a na obr.6.3c) jsou vrstevnice vytvořené za pomoci mediálních os.



Obr.6.3: zobrazují skutečný terén

6.2 Ruční opravy

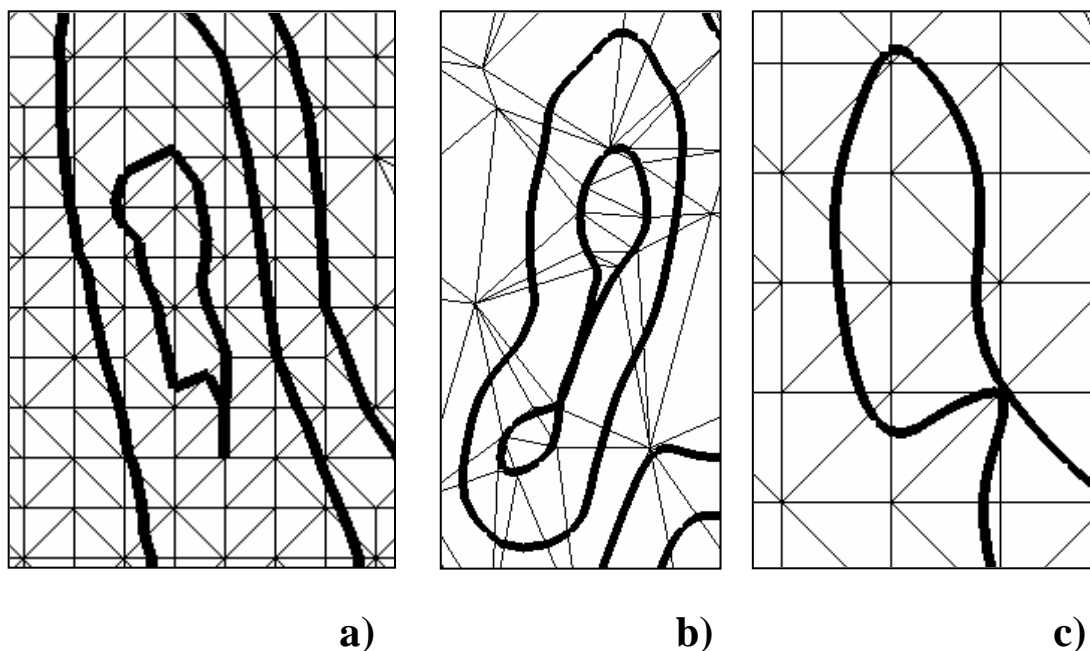
Ruční opravy mají oproti automatickým opravám tu výhodu, že operátor může rozhodnout zda se jedná o spočinek fiktivní, nebo o spočinek reálný. V případě, že se ruční opravy se provádí vkládáním povinných hran, je další výhodou zachování konstantního počtu bodů sítě. Poslední nemalou výhodou je, že ruční tvorba povinných hran se dá použít k opravám nejen fiktivních spočinků, ale i opravám jiných chyb sítě. Ruční vkládání povinných hran je způsob implementovaný v programové části této diplomové práce a bude více popsán v kapitolách 7 a 8.

7. Výběr vhodné triangulace

V průběhu práce byly testovány dvě triangulace a jejich varianty s povinnými hranami. Jednalo se o Delaunayovu a žravou triangulaci. Pro testování triangulací byly použity programy doc. dr. Ing. Ivany Kolingerové. I když jsou většinou zobrazeny vrstevnice vyhlazené, je třeba poznamenat, že chyby na následujících obrázcích jsou chyby interpolace, nikoli chyby vyhlazovacích algoritmů.

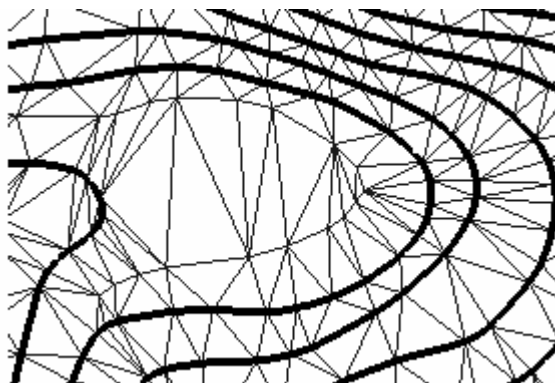
7.1 Delaunayova triangulace - DT

Při testování Deloneho triangulace jsme narazili na následující chyby ve vrstevnicích. Obr. 7.1a) zachycuje skutečnost, kdy vrstevnice leží na jedné straně trojúhelníku a po té samé se ihned vrací zpět. Obr. 7.1b) zobrazuje špatně vygenerované vrstevnice, u kterých došlo ke sloučení dvou vrcholů kopců. To bylo zapříčiněno malým počtem vstupních bodů a jejich nevhodným umístěním. Na obr. 7.1c) je zachycen problém "blízkosti dvou čar". Ve skutečnosti jde o úzký výčnělek, který je možno vrstevnicemi zachytit správně, pokud dojde k překlopení diagonály čtyřúhelníku v místě "zaškrčení".



Obr. 7.1: zachycují chyby vzniklé při užití DT

Na obr. 7.2 je pro připomenutí zachycena jedna z nejzávažnějších chyb a to vytvoření fiktivního spočinku.



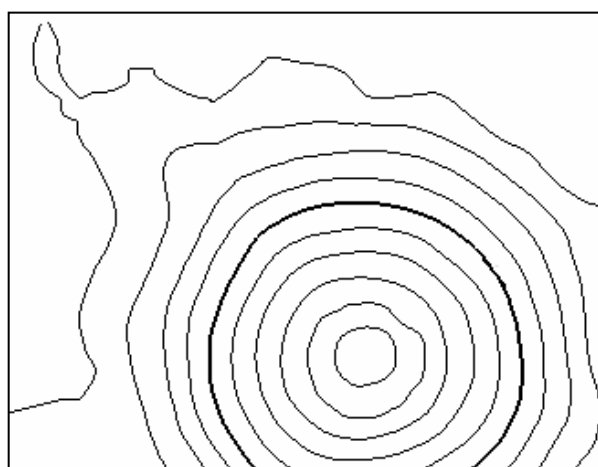
Obr. 7.2: chyba vzniklá vlivem vodorovných trojúhelníku

7.2 Hltavá triangulace – GT

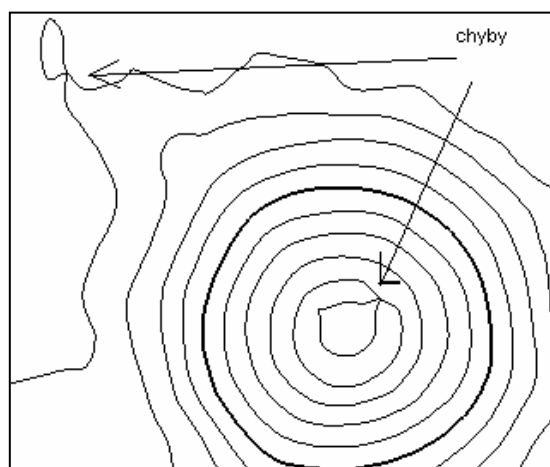
Hlavním problémem při užití žravé triangulace je její časová náročnost. Jelikož se jedná o algoritmus s časovou složitostí $O(N^3)$, který má navíc velké paměťové nároky, bylo možné testovat sítě o maximální velikosti 2000 bodů. Jedním z hlavních kritérií při tvorbě vrstevnic je užití takového DMT, který neobsahuje příliš hubené a dlouhé trojúhelníky. Jelikož žravá triangulace při konstrukci sítě nebere v potaz tvary a úhly vytvářených trojúhelníků, byl předpoklad že vrstevnice vytvořené nad DMT získaným touto triangulací nebudou příliš kvalitní.

Při testování jsme však narazili na místa v síti, o kterých lze říci, že vrstevnice v jejich okolí jsou lépe tvořeny pomocí GT.

Na obr. 7.3a) a obr. 7.3b) jsou zobrazeny vrstevnice vygenerované z pravidelné sítě. Je vidět, že v případě použití DT se objevují dvě chybová místa, která je sice možno v editoru sítě opravit, ale která jsou při použití hltavé triangulace vytvořena správně.

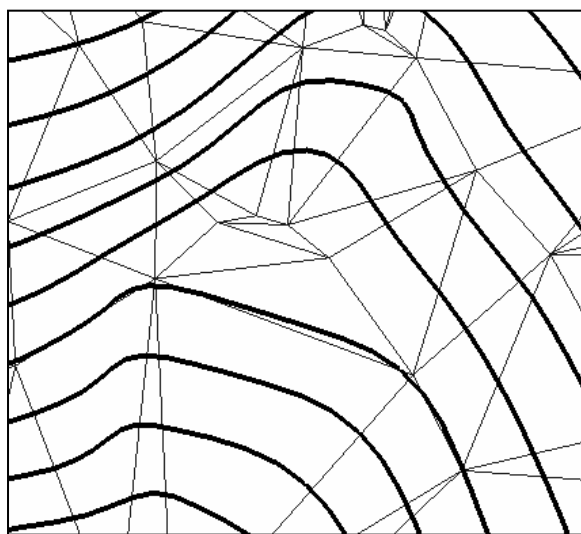


Obr. 7.3a): použita GT



Obr. 7.3b): použita DT

Z obr. 7.4a) je patrné vytvoření fiktivního spočinku. Při užití GT zobrazené na obr. 7.4b) je vidět jisté opravení tohoto spočinku, ale umístění vrstevnic není v pořádku.

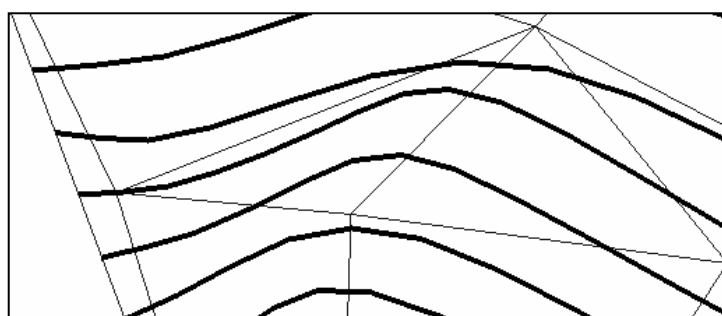


Obr. 7.4a): DT

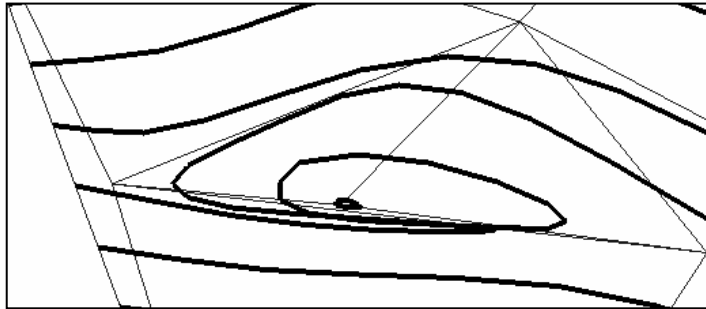


Obr. 7.4b): GT

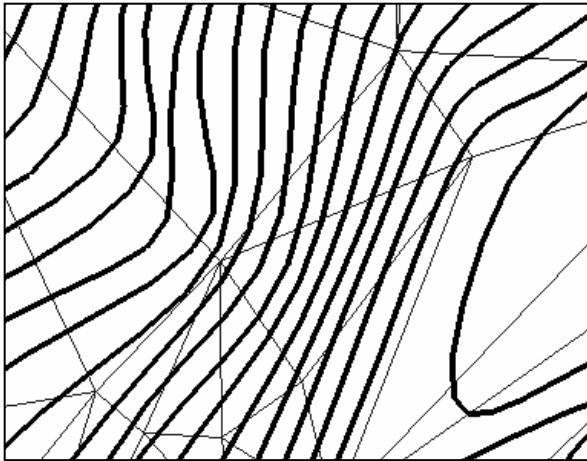
Toto byly dva příklady, podle kterých se může zdát, že GT umožňuje vytvoření kvalitnějších vrstevnic. Ne vždy je však tomu tak a toto byly pouze dva vybrané příklady. Ve většině případů dochází k vytvoření obdobných vrstevnic jak při použití DT, tak i při použití GT. Problém u GT ovšem nastává v případě, kdy dojde k vytvoření hubeného trojúhelníku. V tomto místě se vrstevnice nepříjemně kroutí (obr. 7.5b)), nebo láme (obr. 7.6b)). Na obr. 7.5a) a obr. 7.6a) jsou zobrazeny vrstevnice stejných území, vytvořené však pomocí DT.



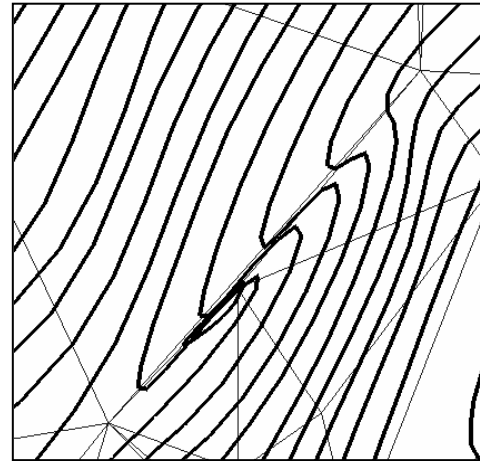
Obr. 7.5a): vrstevnice vytvořené pomocí DT



Obr. 7.5b): špatně vytvořené vrstevnice pomocí GT



Obr. 7.6a): vrstevnice pomocí DT



Obr. 7.6b): vrstevnice vytvořené pomocí GT

Na následující stránce jsou pro srovnání zobrazeny vrstevnice :

Obr. 7.7 softwarem Erdas Imaging

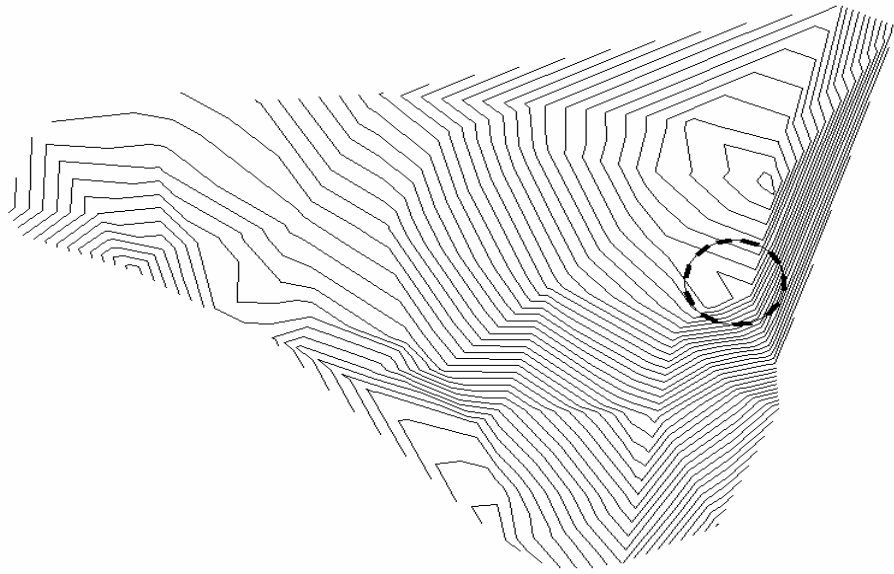
Obr. 7.8 TIN byl spočítán pomocí Deloneho triangulace, vrstevnice softwarem ing.Čermáka

Obr. 7.9 TIN vznikl pomocí hltavé triangulace, vrstevnice softwarem ing.Čermáka

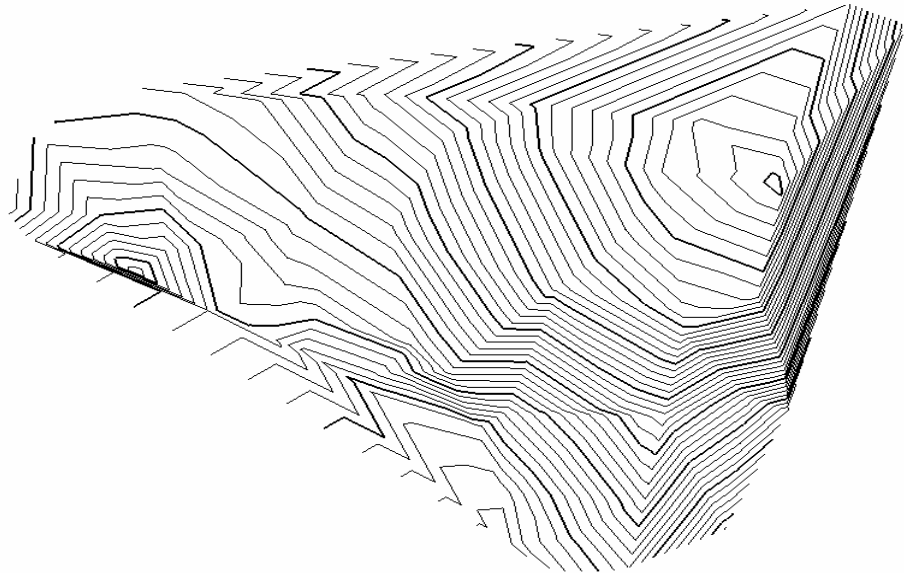
(jedná se o data pořízená novým měřením v Nečtinech pomocí GPS)

S obrázků je patrné, že ani profesionální softwary nemusejí dávat dokonalé vrstevnice. Na obr.7.7 se těsně pod vrcholem objevuje "zub", který je zde evidentně navíc. Na krajích obr. 7.8 a obr. 7.9 jsou patrné chyby, které vznikly díky navíc vytvořeným trojúhelníkům, doplňujících oblast na konvexní tvar. Pokud srovnáváme vnitřek oblastí a nebere tedy v potaz tyto okrajové chyby, pak se zdají být vrstevnice vzniklé pomocí DT srovnatelné s profesionálním softwarem a navíc se zde nevyskytuje již výše uvedená chyby "zubu". Při použití GT jsou již vrstevnice horší. Objevují se zde dvě místa, ve kterých vznik hubených trojúhelníků naprosto pokazil tvar vrstevnic.

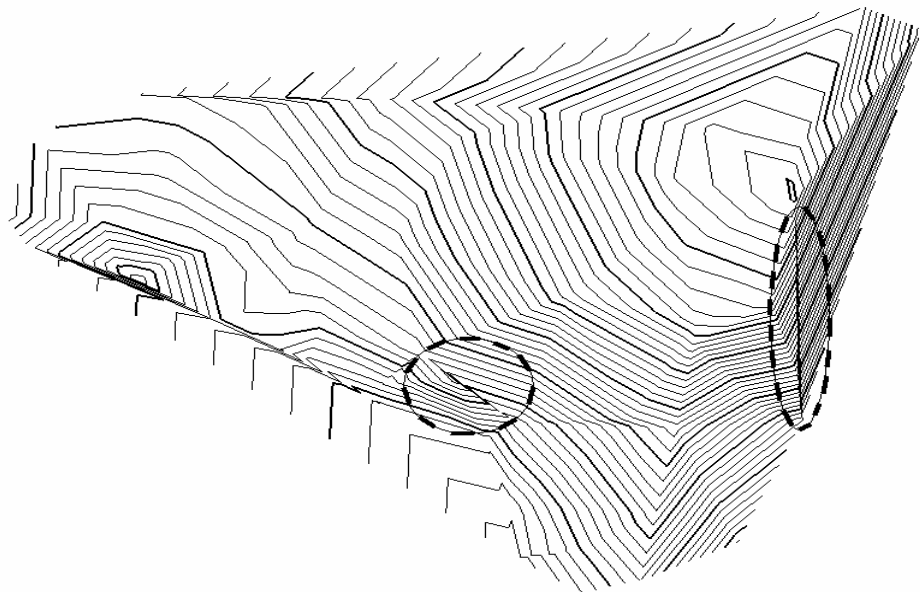
Obr. 7.7: Erdas



Obr. 7.8: DT



Obr. 7.9: GT



7.3 Delaunayova a hltavá triangulace s povinnou hranou

(constrained delaunay triangulation – DT, constrained greedy triangulation – CGT)

Použití povinných hran je nezbytnou součástí každé triangulace použité ke kartografickým účelům. Jde o hrany, které jsou známy před samotným procesem triangularizace a které se musí nutně vyskytovat ve výsledné triangulaci. Pokud není povinná hrana známá před samým procesem triangularizace, je možno ji do hotové sítě vložit, pak ale musí dojít k retriangulaci okolí povinné hrany. Kromě povinných hran existují v softwarech pracujících s DMT ještě další typy hran. Např. profesionální software určený k vytváření DMT firmy Atlas umožňuje definovat kromě povinných hran také hrany lomové a hrany ostrovní. Protože se jedná o software pracující s vyhlazeným DMT na základě Beziérových ploch, má smysl rozlišovat hrany povinné a lomové. Popis typů hran je následující:

- **povinná** : zavedení této hrany pouze upravuje tvar okolních trojúhelníků a nemá vliv na vyhlazování modelu. DMT se nad hranou vyhlazuje jak ve směru podélném, tak i příčném. Tyto hrany se používají zejména k zachycení hřbetnic a údolnic
- **lomová** : nad lomovými hranami nedochází k vyhlazení plochy v příčném směru a model umožňuje vytvoření terénního zlomu. Tyto hrany jsou však výškově zakřiveny tak, aby podélný řez na skupině navazujících lomových hran byl hladký. Používají se zejména k zachycení schodovitého tvaru terénu
- **ostrovní** : jedná se o hrany, které vyznačují okrajovou hranu ostrova

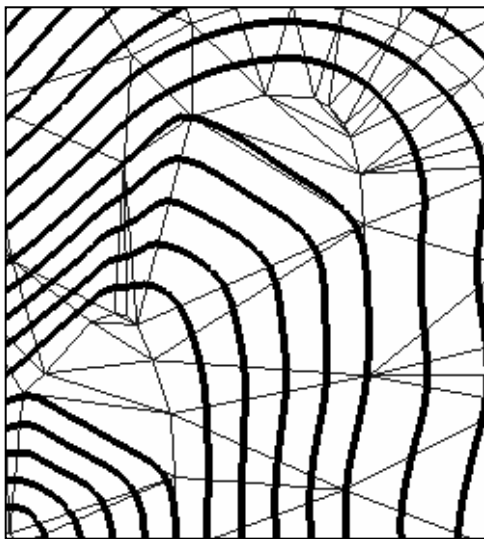
Námi vytvořený software neumožňuje vytvářet ostrovy a díry v síti, a proto nemělo smysl tyto ostrovní hrany zavádět. A taktéž protože náš model pracuje s nevyhlazeným povrchem a vrstevnice jsou vyhlazovány až v pozdější fázi, nebyl důvod dělit hrany na povinné a lomové.

pozn. Mohlo by se zdát, že Zienkiewiczova metoda tvoří vyhlazený terén, a že tedy není pravdou výše uvedená věta: *náš model pracuje s nevyhlazeným povrchem*. Zienkiewiczova metoda výpočtu vrstevnic pouze jinak interpoluje výšky v trojúhelníku, avšak samotný DMT zůstává vždy nevyhlazený.

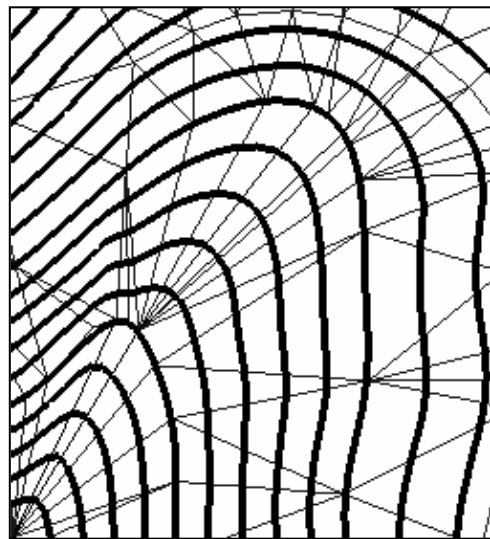
Pracujeme tedy pouze s hranami povinnými. Nutno však říci, že i pouze s jedním typem hran se dá DMT upravit do takové podoby, aby vhodně vystihoval skutečný tvar terénu.

Při použití povinných hran u Delaunayovy i greedy triangulace došlo k velkému zlepšení tvaru vrstevnic v kritických místech. Pomocí povinných hran byly opraveny např. následující situace:

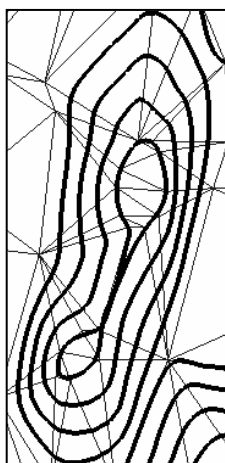
- Na obr. 7.9a) jsou zobrazeny dva spočinky. Na obr. 7.9b) jsou již oba opraveny nově vytvořenými povinnými hranami.
- Obr. 7.10a) zobrazuje dva sloučené kopce a na obr. 7.10b) je naznačen způsob možného oddělení vložením povinné hrany.



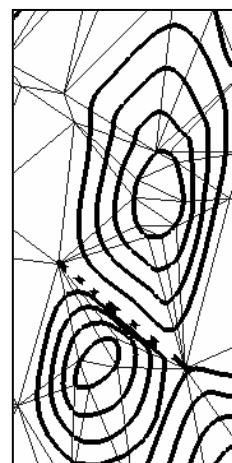
Obr. 7.9a): dva fiktivní spočinky



Obr. 7.9b): použití povinné hrany



Obr. 7.10a): sloučení dvou kopců



Obr. 7.10b): použití povinné hrany

Naše práce byla zaměřena především na odstranění fiktivních spočinků. Pokud budeme hodnotit triangulace podle toho, jak se vypořádají s těmito problémovými místy, pak je třeba říci, že GT vytvoří těchto chyb méně. Je to způsobeno tím, že DT tvoří v místě žlabu trojúhelníky delší stranou napříč směru spádu. To zapříčiňuje vytvoření vodorovných trojúhelníků a následnou tvorbu spočinků. U GT nelze přesně určit, jakým způsobem budou trojúhelníky uspořádány, protože občas jsou trojúhelníky natočené delšími stranami do všech možných směrů a dochází ke spojení vrcholů s různou výškou. To samozřejmě vylučuje vznik vodorovných trojúhelníků a zabraňuje vzniku spočinků.

Toto ovšem nejsou jediné chyby, které se mohou ve vrstevnicích vyskytnout. Fiktivní spočinky jsou chyby viditelné na první pohled, a o tom se dá mluvit jako o výhodě i nevýhodě. Výhodou jejich nepřehlédnutelnosti je, že pokud existuje vhodný editor, je možné je rychle odstranit a o vrstevnicích tvrdit, že jsou v pořádku. Nevýhodou je také tato nepřehlédnutelnost a pokud tedy tento editor není k dispozici, pak několik málo spočinků znehodnotí i jinak kvalitní vrstevnice. Velké problémy přináší GT svojí tvorbou hubených trojúhelníků. Tady je situace opačná. Na první pohled většinou nejsou chyby s nimi spojené vidět, ale při bližším zkoumání se dají tyto chyby ve vrstevnicích nalézt. Problémem je jak jejich odstranění, tak hlavně četnost jejich výskytu, která je mnohem větší než četnost fiktivních spočinků. Při tvorbě vrstevnic může dojít i k dalším chybám, ale ty se obvykle vyskytují stejně často při užití DT i GT.

Po zkoumání těchto triangulací jsme došli k závěru, že užití GT s sebou nese více nepříjemností (časová a paměťová náročnost, hubené trojúhelníky) než užitku, a proto doporučujeme využívat DT jako triangulaci určenou pro tvorbu DMT. Naprosto nutné je však užití povinných hran, protože v opačném případě ani zvolená Deloneho triangulace nepřináší uspokojující výsledky.

8. Implementace

Součástí této diplomové práce bylo pokračování na programu ing. Čermáka. Program umožňoval vypočítat vrstevnice z trojúhelníkové sítě a následně je vyhlazovat. Hlavní implementační díl této diplomové práce spočívá ve vytvoření editoru trojúhelníkové sítě. Jak již bylo uvedeno, program je implementovaný ve vývojovém prostředí Borland Delphi verze 5.0. Program byl přeprogramován z DLL knihoven systému MVE a nyní se jedná o samostatný software. To bylo provedeno ze dvou důvodů. Hlavním důvodem bylo to, že řazení modulů MVE, tak je zobrazeno na obr.5.1, nedovolovalo přepočítání vrstevnic, který musí nutně následovat po jakékoli změně v síti. Druhým důvodem bylo, že spouštění jednotlivých modulů bylo příliš složité a navíc bylo třeba mít nainstalovaný produkt MVE.

K dispozici bylo:

- předchozí práce ing. Čermáka ve formě tří DLL knihoven
- produkt MVE
- Delaunayova triangulace
- hltavá triangulace s nevhodným výstupem dat

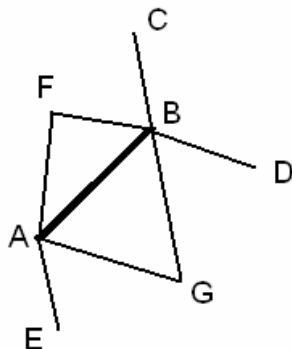
Naprogramováno bylo:

- konvertor výstupu žravé triangulace
- přepracování programu z DLL knihoven do podoby samostatného softwaru
- možnost vkládání povinných hran
- editace souřadnic vrcholů
- retriangularizace části sítě
- přepočítání vybraných vrstevnic
- další menší služby, jako např. ukládání vybraných bodů nebo změna barev pro tisk.

Výstup žravé triangulace

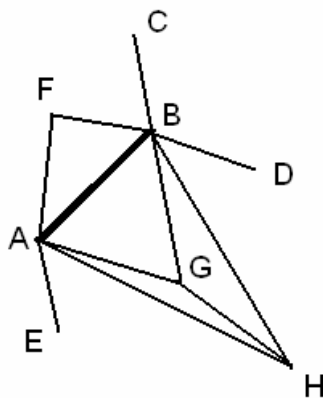
Na rozdíl od Delaunayovy triangulace, jejíž výstup je ve stejném formátu jako vstupní data našeho programu, byl výstupní formát žravé triangulace pro nás nevhodný. Jednalo se o seznam vrcholů a hran triangulace. Protože vstupem našeho programu je TIN, se strukturou uvedenou v příloze B, bylo třeba naprogramovat konvertor. Ten je naprogramován na základě invertovaných seznamů a jde o samostatný program nacházející se na přiloženém CD.

Idea sestavení trojúhelníků je následující. Pro každou hranu známe její dva vrcholy. Sestavíme-li seznam vrcholů, do kterých vede hrana triangulace z vrcholu A a druhý seznam vrcholů, do kterých vede hrana triangulace z vrcholu B, pak jejich průnikem lze získat trojúhelníky přilehlé k dané hraně (viz obr. 8.1).



Obr. 8.1: příklad sestavení trojúhelníku

Příklad sestavení trojúhelníků podle obr. 8.1: hrana pro kterou hledáme přilehlé trojúhelníky je vyznačena tučně. Z jejího vrcholu A vedou hrany do B, E, F, G. Z vrcholu B vedou hrany do A, C, D, F, G. Průnikem těchto seznamů jsou vrcholy F a G a proto přilehlé trojúhelníky k hraně AB mají vrcholy ABF a ABG. Problém nastává při konfiguraci trojúhelníků naznačené na obr. 8.2.



Obr. 8.2: kritická konfigurace trojúhelníků pro rekonstrukci ze seznamu hran

V tomto případě existují tři vrcholy, do kterých vedou hrany z vrcholů A a B. Řešení problému je následující. Vrcholy jsou rozděleny na *vpravo od hrany* a *vlevo od hrany*. V každé této skupině je za vrchol trojúhelníku určen ten, který je nejbližší k hraně AB.

Základem tohoto programu je tab. 8.1a). Význam sloupců *index hrany*, *vrchol A* a *vrchol B* je zřejmý. Hodnoty těchto sloupců jsou vyplněny přímo ze vstupního souboru. Odkazy ve sloupcích *další A* a *další B* ukazují na další hrany, ve kterých se vrcholy z daného

řádku vyskytují. Tab. 8.1b), každému vrcholu přiřazuje řádek v tab. 8.1a), ve kterém se daný vrchol vyskytuje nejdříve. Tab. 8.1b) a sloupce *další A* a *další B* z tab. 8.1a) umožňují rychlé vytvoření seznamů vrcholů *vpravo od hrany* a *vlevo od hrany*. Do sloupců *troj. 1* a *troj. 2* se zapisují indexy trojúhelníků, ke kterým byla daná hrana přidána.

Index hrany	Vrchol A	Vrchol B	Další A	Další B	troj. 1	troj. 2
0	1	5	1	5		
1	0	1	6	2		
2	1	2	3	7		
3	1	3	4	8		
4	1	4	x	5		
5	4	5	9	6		
6	0	5	7	x		
7	0	2	x	8		
8	2	3	10	9		
9	3	4	x	10		
10	2	4	x	x		

a)

Vrchol	Odkaz
0	1
1	0
2	2
3	3
4	4
5	0

b)

tab. 8.1: tabulky invertovaného seznamu použitého pro úprava výstupu z GT

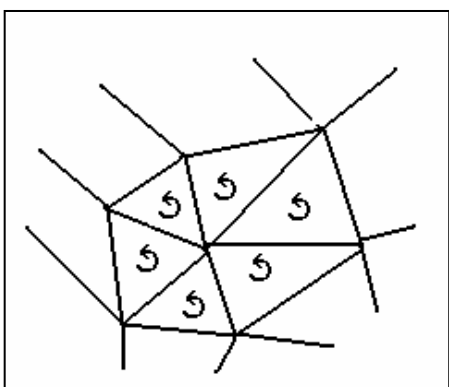
Takto vytvořená datová struktura zaručuje lineární časovou složitost i lineární paměťovou náročnost.

Možnost vkládání povinných hran

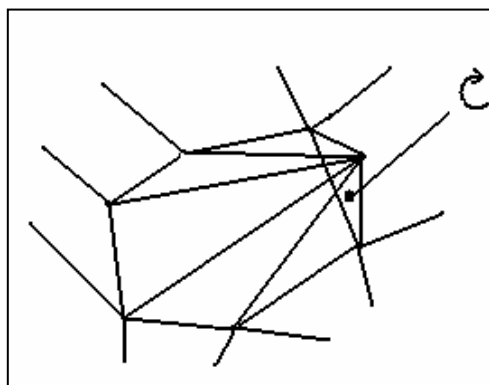
Použití povinných hran je naprostou nutností při tvorbě kvalitního DMT. Proto byla jejich podpora implementována i v tomto softwaru. Pokud by byl k dispozici seznam povinných hran, získaných měřením v terénu, ještě před vytvořením triangulace, pak by mohla být použita CDT. V případě, kdy tento seznam k dispozici není a je nutno výslednou triangulaci upravovat až podle jejího tvaru, pak je jediným řešením požití editoru trojúhelníkové sítě. Seznam povinných hran je realizován dvěma dynamickými poli indexů vrcholů, ve kterých daná povinná hrana končí a začíná. Při založení nové povinné hrany dochází k okamžité retriangulaci části sítě a přepočtu vrstevnic.

Editace souřadnic vrcholů

Program umožňuje měnit souřadnice vrcholů. Ve směrech x a y se změna provádí pomocí myši a v ose z jde o změnu zadanou numericky z klávesnice. Před změnou výškové souřadnice je uložena maximální a minimální hodnota výšky sítě. S ohledem na datové struktury je změna výškové souřadnice umožněna pouze v tomto rozsahu. Změna souřadnice ve směru x a y s sebou nese několik problémů. Hlavním problémem je překřížení trojúhelníků. To může nastat v případě neuváženého posunu vrcholu, viz. obr. 8.3a) a obr. 8.3b). Algoritmus, který tomuto zabráňuje využívá toho, že všechny trojúhelníky v síti mají pořadí vrcholů proti směru hodinových ručiček. V případě přetažení vrcholu trojúhelníku do vnitřku jiného trojúhelníku, dochází u jednoho ze sousedních trojúhelníků ke změně orientace, viz. obr. 8.3b). Pokud toto nastane, pak jsou souřadnice *posouvaného* trojúhelníku změněny zpět na původní.



Obr. 8.3a): legální tvar sítě



Obr. 8.3b): překřížení trojúhelníků

Retriangularizace části sítě

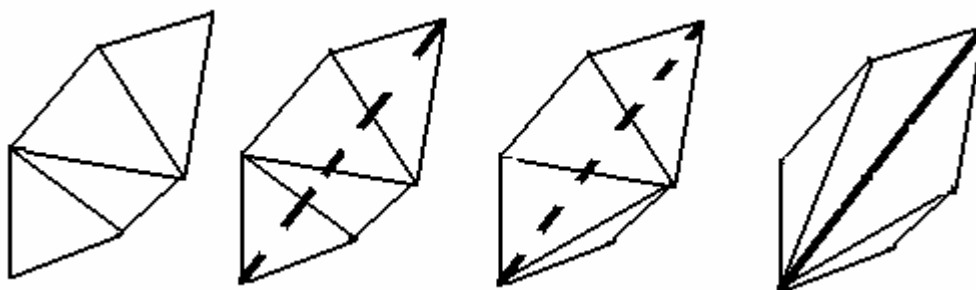
V případě založení nové hrany se tato nesmí křížit s žádnou jinou (samozřejmostí je, že povinná hrana nesmí křížit jinou povinnou hranu dříve založenou). Proto musí dojít k retriangularizaci oblasti kolem této hrany a dále by měla být provedena obnova Delaunayovy triangulace. Obnova Delaunayovy triangulace je provedena i v případě, kdy vstupní TIN byl získán hltavou triangulací a to z důvodu, že z tvaru sítě se nedá zjistit, jakou triangularizací byla síť vytvořena. Algoritmus pro retriangulaci s obnovou Delaunayovy triangulace byl naprogramován podle [Sloa92].

Retriangulace oblasti kterou prochází vkládaná hrana má následující kroky.

1. Nalezení všech hran, které kříží povinnou hranu. Původní síť je na obr. 8.4a). Obr. 8.4b) zobrazuje čárkovanou čarou nově vloženou povinnou hranu. Z tohoto obrázku je patrné, že povinná hrana protíná tři hrany sítě. Nalezení těchto hran znamená, určení trojúhelníku, ze kterého povinná hrana vychází a pomocí znalostí sousednosti procházení přes všechny protínané trojúhelníky, až k trojúhelníku poslednímu. Z tohoto seznamu průchozích trojúhelníků se dají protínané hrany lehce určit. Všechny protínané hrany uložit do zásobníku.

2. Postupně hrany vybírat a pokud je daná hrana diagonálou konvexního čtyřúhelníka, pak tuto hranu s triangulace vyjmout a místo ní založit hranu, která je druhou diagonálou daného čtyřúhelníka, viz. obr. 8.4c). Tuto hranu vložit do seznamu nově vytvořených hran. V případě nekonvexního čtyřúhelníka tuto hranu ponechat a prohodit ji později.

3. Opakovat krok dva do té doby, dokud nebudou z triangulace odstraněny všechny křížené hrany, viz. obr. 8.4d).



Obr. 8.4 a) – d): proces vkládání nové povinné hrany

Obnova Delaunayovy triangulace je založena na inkrementálním algoritmu popisovaném v kapitole 4. Z předchozích kroků je k dispozici seznam nově vytvořených hran. Ze seznamu nově vytvořených hran je vyloučena hrana povinná. Pro obnovu DT je třeba provést následující kroky. Ze seznamu nově vytvořených hran vybrat jednu a testovat přilehlé trojúhelníky k této hraně na kritérium prázdné kružnice opsané, viz. obr. 4.3. V případě nesplnění tohoto kritéria prohodit diagonálu těchto přilehlým trojúhelníků. V případě prohození diagonály, tuto opět zařadit do seznamu nově vytvořených hran.

Přepočet vybraných vrstevnic

Při zavedení povinné hrany nebo při změně souřadnic vrcholu dochází k změně sítě, která se promítne do tvaru vrstevnic. Proto musí následovat přepočítání vrstevnic. Aby nedocházelo k zbytečnému přepočítávání všech vrstevnic, program vyhodnocuje které vrstevnice se mohou změnit, a jejich výpočet je volán pouze v nejmenším možném výškovém intervalu.

9. Závěr

Na závěr zrekapitulujme získané poznatky o triangulacích používaných ke kartografickým účelům. Z prozkoumaných pramenů a především z vlastních testů vyplývá, že Delaunayovská triangulace se ke kartografickým účelům hodí nejvíce. V určitém typu terénu, a to zejména v terénu vyznačujícím se častou "schodovitostí", by se dala užít i některá z datově závislých triangulací. Největší vliv na kvalitu DMT má použití povinných hran a každý kvalitní software vyhotovující DMT by s jejich užitím měl počítat.

Samostatnou kapitolou je tvorba DMT pomocí bodů získaných digitalizací z již hotových vrstevnic. Přestože v dnešní době existuje řada moderních metod pořizování dat, je tento způsob získávání bodů pro DMT stále aktuální a velmi rozšířený. Tvorba DMT z takto získaných bodů s sebou ovšem nese jisté problémy a to jak se jich vyvarovat, případně je opravit, je popsáno v kapitolách 6 a 7.

V rámci této diplomové práce bylo pokračováno v programu, který nyní dovoluje vypočítávat vrstevnice, dělat drobné úpravy v trojúhelníkové síti a pracovat s povinnými hranami.

V případě pokračování na tomto projektu by bylo vhodné vytvořit editor pro umístování kót, rozšířit editor trojúhelníkové sítě tak, aby umožňoval vypouštět body z triangulace a vytvořit modul, který by automatizoval generování povinných hran.

Literatura

- [HuMi00] Huml, M., Michal, J. : Mapování 10, Vydavatelství ČVUT, Praha, 2000
- [Krch79] Krcho, J. : Reliéf ako priestorový subsystém geografickej krajiny a jako kompletný digitálny model (KDMT), Geografický časopis, ročník 31, číslo 3, 1979
- [Schu93] Schumaker, L., L. : Triangulations in CAGD, IEEE Comp Graph & Appl, Jan, pp. 47-52, 1993
- [Koli99] Kolingerová, I. : Rovinné triangulace, Habilitační práce, Západočeská univerzita, Plzeň, 1999
- [Čerm02] Čermák, P. : Výpočet vrstevnic trojúhelníkové síti, Diplomová práce, Západočeská univerzita, Plzeň, 2002
- [Brow91] Brown, J., L. : Vertex based data dependent triangulations, Computer Aided Geometric Design 8 239-151, 1991
- [NDyn88] Dyn, N., Levin, D., Rippa S. : Data dependent triangulations for piecewise linear interpolation, IMA J.Num. Anal. 10, 137-154, 1988
- [GGon02] Gonçalves, G., Julien, P., Riazanoff, S., Cervelle, B. : Preserving cartographic quality in DTM interpolation from contour lines, ISPRS Journal of Photogrametry & Remote Sensing 52 210-220, 2002
- [Gold99] Gold, C., M. : Three Dimensional Applications in Geographic Information System, Chapter 3 – Surface interpolation, spatial adjacency and GIS, Taylor and Francis, Ltd., London, 1999
- [Bran94] Brandli, M., Schneider, B. : Shape modeling and analysis of terrain, International Journal of Shape Modeling 1 (2), 167-189, 1994
- [Sloa92] Sloan, S., W. : A fast algorithm for generating constrained Delaunay triangulations, Computers & Structures, vol.47, no.3, pp.441-450,1993

Přílohy

A. Uživatelská příručka

O programu

Program *Contour_Line_Render*, je software určený k výpočtu vrstevnic z trojúhelníkové sítě, a k editaci této sítě. Jako vstupní soubor dat je nutno použít textový soubor s informacemi o souřadnicích, informacemi o vrcholech jednotlivých trojúhelníků a o jejich sousedech. Přesný formát vstupního souboru je uveden v příloze B.

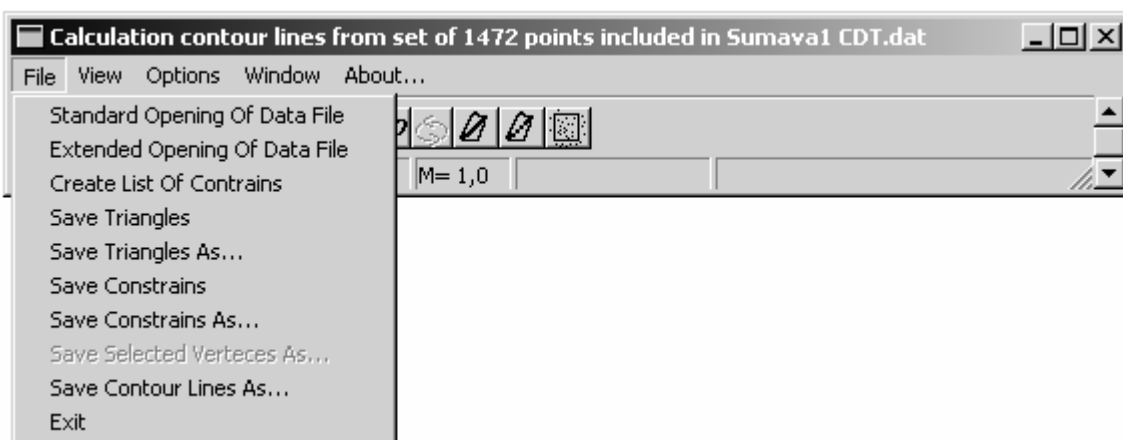
Funkce programu

Nabídka *File*

Seznam položek nabídky *File* je zobrazen na obr. A.1. Program umožňuje otevírat datové soubory ve dvou režimech.

Standard Opening Data File je určen pouze pro náhled na vrstevnice. Nejde o to, že by byl rychlejší ve výpočtu, ale nezatěžuje uživatele různými nastaveními. Standardní nastavení je následující: interval vrstevnic je zvolen tak, aby se vždy vypočítalo 40 vrstevnic (optimální čitelnost vrstevnic při přiblížení 1x); dále je vybrán *lineární výpočet* vrstevnic a vyhlazování metodou *Normal smooth*.

Extended Opening Data File umožňuje nastavit parametry výpočtu vrstevnic manuálně. To znamená nastavit interval vrstevnic, zvolit typ výpočtu vyhlazování (Lineár interpolation, Zienkiewicz interpolation), vybrat typ vyhlazování a zvolit jeho parametry, případně vyhlazování úplně vypnout.



Obr.A.1: Nabídka *File*

Create List Of Constrains je položka menu, sloužící k vytvoření nového seznamu povinných hran. V případě, že není k dispozici soubor s povinnými hranami již při otevírání vstupního souboru, pak je nutno použít tuto položku před přidáváním nových povinných hran.

Save Triangles a *Save Triangles As ...* slouží pro ukládání seznamu trojúhelníků, jejich vrcholů a sousedů.

Save Constrains a *Save Constrains As ...* dovolují ukládat seznam povinných hran.

Save Selectes Verteces As .. umožňuje uložit vybrané vrcholy do zvláštního souboru

Save Contour Lines As ... provádí uložení vygenerovaných vrstevnic do souboru. Formát tohoto souboru je popsán v příloze B. Ke zvolení tohoto formátu nás vedl fakt, že takto strukturovaný soubor může být použit jako vstupní soubor do softwaru ArcView firmy ESRI. V programu ArcView je třeba pouze nahrát příslušný modul, který to dovede. Modul se v systému ArcView jmenuje *Generate to Shape v5.0* a je volně přístupný na internetových stránkách firmy ESRI v souboru G2sv50 [viz ESRI]. Tento modul je též součástí přiloženého CD. [Čerm02]

Nabídka View

Obsahuje 5 voleb, které určují co se má vykreslovat.

Show Constrains - při zatržení této volby se při vykreslování sítě zvýrazní hrany, které jsou zapsané v seznamu povinných hran. Tuto volbu je dobré mít zapnutou v případě zadávání nové povinné hrany, nebo při přesouvání vrcholu.

Planar Triangles – program detekuje vodorovné trojúhelníky a zvýrazní je. Vodorovné trojúhelníky jsou obvykle zdrojem problémů a při jejich vyhledávání a opravování je zapnutí této volby dosti vhodné.

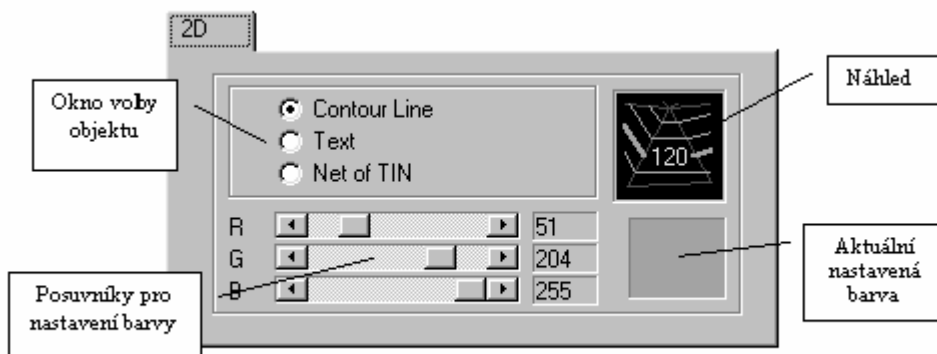
Mesh – zapíná a vypíná zobrazování sítě.

Contour Lines – zapíná a vypíná vykreslování vrstevnic.

White Background – nastaví bílé pozadí a přepne barvy na vhodné pro ukládání obrázků pro tisk. Tato volba je k dispozici z důvodů šetření černého inkoustu.

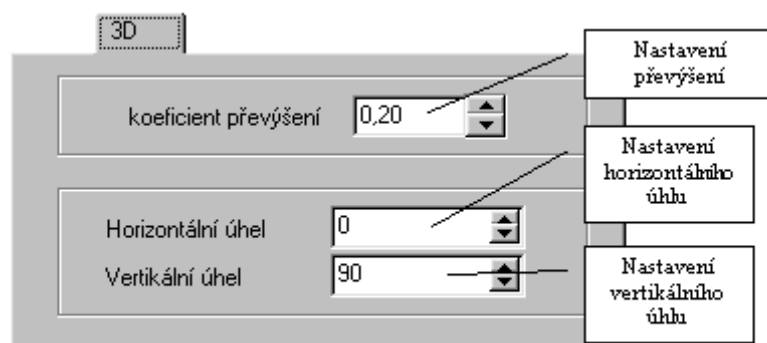
Nabídka Options

Záložka 2D (viz obr. A.2) umožňuje nastavení barevného prostředí pro vykreslení vrstevnic v rovině. Jednotlivé funkce jsou zřejmé z obrázku.



Obr. A.2: Záložka 2D v *Options*

Záložka 3D (viz obr A.3) nabízí nastavení parametrů pro vykreslení objektu v trojrozměrném prostoru. Nastavitelné parametry jsou převýšení a úhly natočení objektu ve vertikální a horizontální ose.



Obr. A.3: Záložka 3D v *Options*

Nabídka *Window*

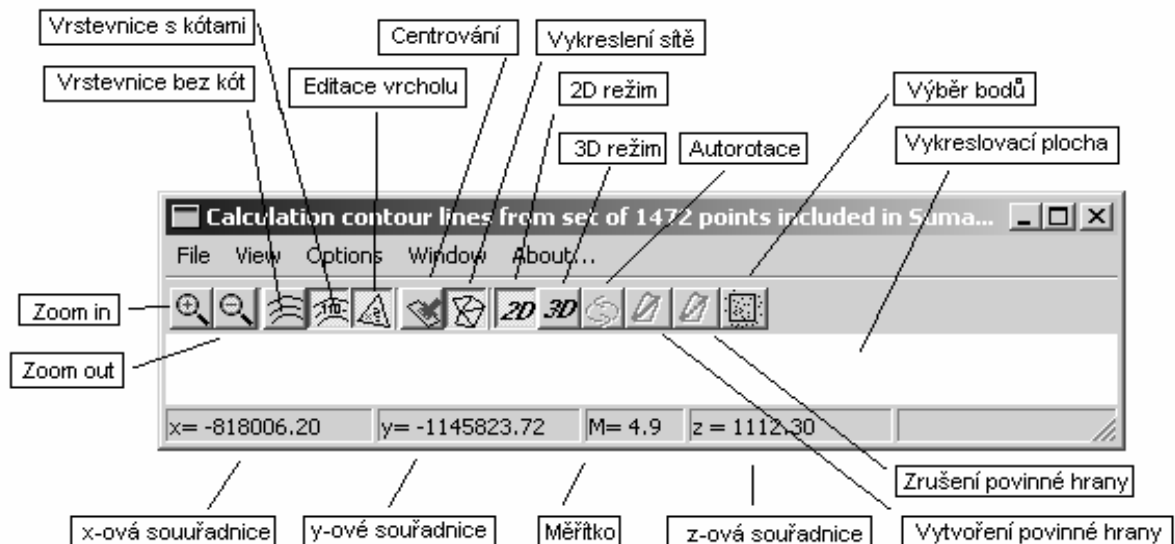
List Of Constrains – zobrazuje okno s seznamem povinných hran

Show Additional Information About Vertex And Triangle – při zapnutí této volby se zobrazí okno, ve kterém jsou zobrazeny souřadnice vybraného vrcholu, je možné změnit výškovou souřadnici a zobrazuje se číslo vybraného trojúhelníku.

Nabídka *About ...* zobrazuje informace o autorově programu

Popis tlačítkových funkcí

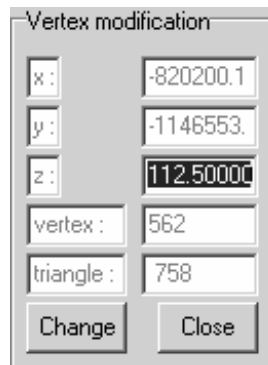
Obr.A.4 zobrazuje hlavní okno programu. Pomocí levého tlačítka je umožněn posun mapy a pomocí pravého změna měřítka. Funkce prostředního tlačítka jsou různé. Při pohledu 3D, slouží tlačítko k natočení pohledu a při 2D zobrazení se používá k editaci sítě.



Obr.A.4: Hlavní okno programu

Většina funkcí jednotlivých tlačítek je zřejmá. Za povšimnutí stojí pouze čtyři, jsou to:

- *Editace vrcholu* - při stisku pravého tlačítka a vypnuté volbě *Additional Information About Vertex And Triangle* se ve spodní liště zobrazí výška v daném bodě. Jde o výšku získanou interpolací vrcholů daného trojúhelníku. Při zapnuté volbě se nejen zobrazí výše uvedená informace, ale objeví se i okno (obr.A.5) s informacemi o souřadnicích vrcholu, jeho indexu a indexu trojúhelníku. V tomto okně je možnost výšku vrcholu změnit a později takto upravenou síť uložit položkami menu *Save Triangles* a *Save Triangles As ...* Při stisknutí a podržení prostředního tlačítka je možné hýbat vrcholem ve směru x a y . Pohyb je však povolen pouze uvnitř vyznačeného n -úhelníka, a to z důvodu zaručení nepřekřížení trojúhelníků.



Obr.A.5: Okno editace vrcholu

- *Vytvoření povinné hrany* - po stisknutí tohoto tlačítka je uživateli povoleno vkládat nové povinné hrany. Konstrukce je následující: stisknutí prostředního tlačítka u počátečního vrcholu a při přidržení tlačítka přesunutí ke koncovému vrcholu.
- *Zrušení povinné hrany* - se provádí obdobným způsobem jako *vytvoření povinné hrany*, pouze s tím rozdílem, že rušit se smí pouze ta hrana, která již existuje v seznamu povinných hran.
- *Výběr bodů* – umožňuje vybrat body pro pozdější uložení do zvláštního souboru. Výběr se opět provádí za pomoci prostředního tlačítka.

Změna sítě

Při jakékoli změně sítě, ať už jde o změnu v souřadnicích libovolného vrcholu nebo vytvoření nové povinné hrany, dojde k okamžitému přepočítání vrstevnic. V této fázi programu může dojít k určité časové prodlevě, po kterou program nebude reagovat. Délka této prodlevy je závislá na celkovém počtu trojúhelníků a je způsobena vytvářením nového display-listu sítě (záležitost OpenGL), nikoliv snad algoritmem pro výpočet vrstevnic.

B. Ukázky výměnných formátů

Ukázka vstupního souboru dat

```
5
0.42868 0.20106 -0.86000
0.91568 0.38039 0.04672
0.55284 0.86402 0.42103
0.93631 0.48820 1.67458
0.49317 0.46177 1.43138
4
0 1 4
1 3 4
0 4 2
4 3 2
4
1 2 -1
3 0 -1
3 -1 0
-1 2 1
```

- počet vrcholů
- seznam souřadnic x y z
- počet trojúhelníků
- vrcholy jednotlivých trojúhelníků
- znovu počet trojúhelníků
- sousedé jednotlivých trojúhelníků
- v případě okrajového trojúhelníku je na místě souseda -1

Ukázka výstupního souboru vrstevnic

```
XYZ
1
0.51462,0.23270,-0.70000
0.43318,0.21926,-0.70000
0.44419,0.28386,-0.70000
END
2
0.89059,0.37115,0.00000
0.45288,0.29891,0.00000
0.51203,0.64613,0.00000
END
3
0.63818,0.78038,0.70000
0.53636,0.75295,0.70000
0.92396,0.42366,0.70000
0.47259,0.37855,0.70000
0.63818,0.78038,0.70000
END
END
```

C. Definice hlavních datových struktur

Datová struktura *Triangle*

```
TIndex   = 0..MAX_POINTS;
Coord    = array[TIndex] of TFloat;
P_Coord  = ^Coord;
Status   = array[TIndex] of TStatus;
P_Status = ^Status;
Index    = array[TIndex] of TCardinal;
P_Index  = ^Index;

Triangle = record // information about the triangle mesh
  { static part }
  xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax : TFloat; // data minmax box
  pos_x,pos_y,pos_z             : TFloat; // position of the data set (usually (0,0,0))
  rot_x,rot_y,rot_z             : TFloat; // rotation of the data (usually (0,0,0))
  dis_x,dis_y,dis_z             : TFloat; // distortion, scaling (usually (1,1,1))
  NV_M, // number of sites in the array of points
  NT_M, // number of sites in the array of triangles
  NV, NT: TIndex; // number of valid vertices and triangles
  orientation : TStatus; // CW x CCW x INVALID
  { dynamic part }
  { vertices }
  P_VCoord : array[0..MAX_DIM-1] of P_Coord; // coordinates x,y,h1,...
  P_VNorm   : array[0..2] of P_Coord; // vertex normals
  P_VStatus : P_Status; // state flags of vertices
  { triangles }
  P_TV      : array[0..2] of P_Index; // triangle vertices
  P_TT      : array[0..2] of P_Index; // triangle neighbours
  P_TNorm   : array[0..2] of P_Coord; // triangle normals
  P_TStatus : P_Status; // triangle status
  z_valid   : Tbyte;
end;
```

Datová struktura *TContour*

```
TConCoord = record //contour coordinations
  x,y : TFloat; //souradnice bodu
  etyp: TByte; //typ hrany
end;

ConCoord = array [TIndex] of TConCoord;
PConCoord = ^ConCoord;

TSpot = record //typ pro kotu
  xp,yp,fi : TFloat; //souradnice ref. bodu a uhel
  xl,xr,yd,yu: TFloat; //box textu
  start,fin : TIndex; //indexy bodu segmentu mezi nimiz je kota
  text :string[6]; //text koty
end;

Spot = array [0..1] of TSpot;
PSpot = ^Spot;

THead = record //head of one segment of contour line
  zk, //vyska
  xl,xr,yd,yu : TFloat; //box segmentu
  flag, //stav
  nkot : TByte; //pocet kot
  nv : TIndex; //pocet bodu tvorici segment
  P_ConCoord : PConCoord; //ukazatel na pole bodu
```

D. Ukázky grafických výstupů

