

Obsah

Obsah	1
Seznam použitých značek a symbolů	3
Úvod	5
1 Shromáždění a úprava dat	6
1.1 Shromáždění dat	6
1.2 Úprava pomocí ArcMap	7
1.3 Načtení dat v Matlabu	7
1.4 Tvorba sítě bodů	7
2 Použitá jednoduchá zobrazení	9
2.1 Zobrazení z elipsoidu na kouli.....	9
2.1.1 konformní	9
2.1.2 ekvivalentní	11
2.2 Azimutální zobrazení do roviny.....	11
2.2.1 konformní	12
2.2.2 ekvivalentní	13
2.3 Válcové zobrazení do roviny.....	14
2.3.1 konformní	15
2.3.2 ekvivalentní	16
2.4 Kuželové zobrazení do roviny.....	17
2.4.1 konformní	17
2.4.2 ekvivalentní	19
3 Optimalizační typ zobrazení	21
3.1 K teorii.....	21
3.2 Vlastní zobrazení	21
4 Použité algoritmy	25
4.1 Výpočet rozlohy území.....	25
4.2 Test příslušnosti bodu k území.....	26
4.3 Tvorba sítě bodů.....	26
4.4 Nalezení globálního minima funkce dvou neznámých.....	27
4.5 Hledání kartografických pólů.....	28

4.5.1	Extrémní kritérium	28
4.5.2	Airyho součtové kritérium.....	30
5	Popis sestavených funkcí.....	33
5.1	Azimut.m	33
5.2	Azimutalni.m.....	33
5.3	Diplomka.m	34
5.4	Extrem.m.....	34
5.5	Kruznice.m.....	34
5.6	Kuzelove.m.....	34
5.7	Nacti.m.....	35
5.8	Napoveda.m	35
5.9	RadPolynomu.m.....	35
5.10	Rovnice.m	35
5.11	Sigma.m	36
5.12	Smernik.m	36
5.13	Stred.m.....	36
5.14	StredSite.m.....	37
5.15	Stupne.m	37
5.16	Teziste.m	37
5.17	Trojuhelnik.m.....	37
5.18	Uvnitr.m.....	38
5.19	Valcove.m	38
5.20	Vyber.m.....	38
5.21	Vypocet.m	38
5.22	VytvorSit.m, VytvorSit2.m.....	39
5.23	Zkresleni.m	40
	Závěr	41
	Použité zdroje informací	42
	Seznam příloh	44

Seznam použitých značek a symbolů

Zde jsou uvedeny symboly, které se hodně často používají v textu nebo není jejich význam jinde vysvětlen. Snažil jsem se nepoužívat jeden symbol pro více veličin, ale nebylo to vždy možné. Čísla vpravo označují stranu prvního výskytu symbolu v textu.

$\sin \frac{\Delta\omega}{2}$	maximální úhlové zkreslení v bodě	9
a	hlavní poloosa elipsoidu	8
A	azimut	8
A	hodnota Airyho kritéria	29
D	kartografická délka na kouli	8
d	vzdálenost bodu od zobrazovací plochy	29
e	excentricita elipsoidu	9
F_j	homogenní harmonické polynomy	20
i	zploštění elipsoidu	8
K	kartografický pól	8
m	délkové zkreslení	9
m_p	délkové zkreslení ve směru poledníků (i kartografických)	10
m_r	délkové zkreslení ve směru rovnoběžek (i kartografických)	10
P	plošné zkreslení	9
Q	izometrická šířka na kouli	20
R	poloměr koule	9
\check{S}	kartografická šířka na kouli	8
T_j	homogenní harmonické polynomy	20
U	zeměpisná šířka na kouli	8
u	řešení Laplaceovy rovnice	20
V	zeměpisná délka na kouli	8
X	pravoúhlá rovinná souřadnice (vertikální vzdálenost)	13

Y	pravoúhlá rovinná souřadnice (horizontální vzdálenost)	13
y	pravoúhlá sférická souřadnice, normální poloha	29
z	pravoúhlá sférická souřadnice, normální poloha	29
ε	polární rovinná souřadnice (úhel)	10
ε	sférický exces	24
ζ	pravoúhlá sférická souřadnice, šikmá poloha	29
η	pravoúhlá sférická souřadnice, šikmá poloha	29
λ	zeměpisná délka na elipsoidu	9
μ	směrník tečny k obrazu poledníku	22
ν	označení pro $m \cdot \cos U$	22
ζ	pravoúhlá sférická souřadnice, šikmá poloha	29
ρ	polární rovinná souřadnice (vzdálenost)	10
σ	ortodromická vzdálenost (oblouk)	8
τ	kartografická šířka tečné rovnoběžky	30
φ	zeměpisná šířka na elipsoidu	8
ψ	doplňek kartografické šířky \mathcal{S}	11

Úvod

Volba správného kartografického zobrazení je jedním ze základních předpokladů tvorby dobré mapy. Ne vždy je vhodné použít stávající, běžně používané zobrazení. Pro každý účel se hodí zobrazení jiné.

Cílem mé práce je ukázat výběr nejlepšího kartografického zobrazení pro různá území podle různých požadavků a kritérií. K tomuto účelu by měl sloužit interaktivní program, který jen ze zadaných souřadnic obvodu území, druhu zobrazení (podle zkreslení) a použitého kritéria vypočte charakteristiky jednotlivých zobrazení. K tvorbě programu jsem použil program MATLAB, který má předdefinováno mnoho užitečných funkcí (viz [18]).

Tato problematika již byla podrobně řešena v podmínkách České republiky, ale mnou vytvořený program lze aplikovat na libovolné území. Ukazuje vhodnost použití jednotlivých zobrazení pro různá území.

Svoji práci jsem rozdělil do pěti kapitol. První se zabývá shromážděním a úpravou vstupních dat.

Druhá kapitola popisuje jednoduchá kartografická zobrazení, která jsem použil pro převod souřadnic z elipsoidu na kouli i pro převod do roviny. Uvádím zde zobrazovací rovnice i vypočtené vzorce pro různé charakteristiky zobrazení.

Ve třetí kapitole potom popisují optimalizační zobrazení, která jsem také užil, ale nelze je popsat jednoduchými vzorci. Je zde ukázán téměř celý postup odvození zobrazovacích rovnic.

Čtvrtá kapitola se zabývá některými důležitými algoritmy, jež jsem použil ve svém programu.

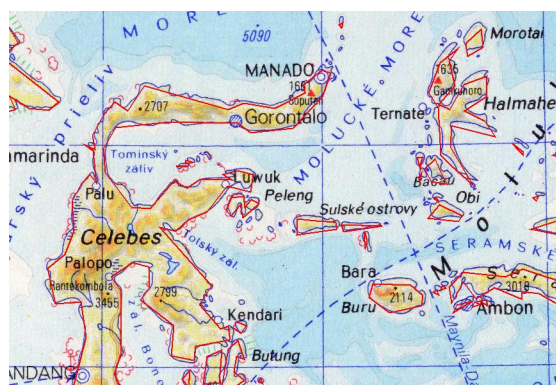
V poslední páté kapitole popisují účel jednotlivých funkcí programu.

V přílohách jsou uvedeny příklady konkrétních číselných i grafických výstupů programu. Dále jsou tam výpisy všech sestavených funkcí a práce samozřejmě obsahuje také CD s vlastním programem a digitální verzí této práce.

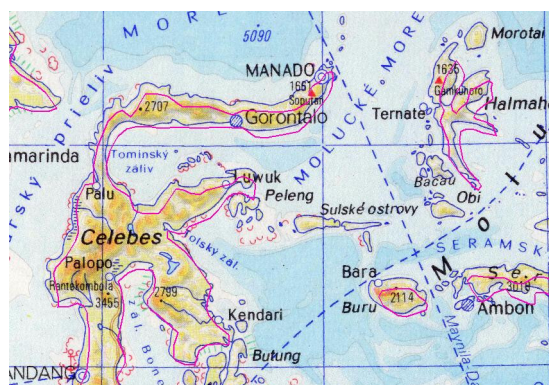
1 Shromáždění a úprava dat

1.1 Shromáždění dat

Jako vstupní data k výpočtům jsem použil volně dostupná polygonová témata v *shapefilu* (formát .shp), která jsem si stáhl z internetu (např. [15], [16]). Některá takto získaná data byla hodně generalizovaná (Obr. 1.1), jiná naopak pro výpočty příliš podrobná a v mnoha případech zase nebyly souřadnice přesné (Obr. 1.2), proto jsem pro každé území musel zvolit ta nejvhodnější data.



Obr. 1.1



Obr. 1.2

Veškerá volně dostupná data obsahují souřadnice na Clarkově elipsoidu, proto nebylo třeba je jakkoli sladovat.

Kvůli zjednodušení a hlavně zrychlení výpočtů jsem byl nucen data předem předpřipravit. Pro správný chod programu jsem potřeboval polygonové téma obsahující jedině území.

1.2 Úprava pomocí ArcMap

Hranici jednoho konkrétního území jsem získal úpravami v programu ArcMap (viz [17]). Používal jsem tři různé postupy, popř. jejich kombinaci.

Nejjednodušší možností jak získat hranici území je výběr jednoho polygonu z většího polygonového tématu, např. jednoho státu z polygonového tématu světa nebo Evropy.

Druhou možností získání kontury území bylo spojení několika polygonů z jednoho nebo více polygonových témat. Např. spojením České republiky, Slovenska a dnešní Zakarpatské Ukrajiny jsem získal polygon předválečného Československa.

A konečně bylo možno vybrat pouze část polygonu, např. jednoho ostrova ze souostroví. Toto je třeba dělat v editačním módu.

Některá území, např. ostrov Irsko, vznikla kombinací více metod.

1.3 Načtení dat v Matlabu

V Shapefilu jsou uloženy souřadnice (ve stupních) v datovém formátu *double*. Po podrobném průzkumu těchto souborů jsem mohl vytvořit funkci *Nacti.m* (viz kapitola 5.7), která tato data načte tak, aby s nimi bylo možné snadno pracovat.

1.4 Tvorba sítě bodů

Pro další výpočty bylo také zapotřebí pokrýt každé území rovnoměrnou sítí bodů. Tvorba takových sítí se ukázala natolik časově náročnou, že jsem byl nucen vytvořit

předem pro každé území 4 soubory sítí, a to zvlášť pro konformní a ekvivalentní zobrazení sítě o přibližně 100 a 250 bodech. Algoritmus tvorby sítě je popsán v kapitole 4.3.

Tato fáze přípravy mi zabrala určitě nejvíce času.

2 Použitá jednoduchá zobrazení

Používal jsem dva druhy zobrazení, a to konformní a ekvivalentní.

Postupoval jsem v několika krocích. Nejprve jsem zobrazoval z elipsoidu na kouli. Pro zobrazení do roviny jsem použil jednoduchá zobrazení azimutální, válcová i kuželová, všechna v obecné poloze. Musel jsem tedy nalézt kartografický pól K a převést zeměpisné souřadnice U, V na kartografické \check{S}, D podle vztahů, odvozených v [10]

$$\sin \check{S} = \sin \sigma_K = \sin U \cdot \sin U_K + \cos U \cdot \cos U_K \cdot \cos(V_K - V), \quad (2.0.1)$$

$$\operatorname{tg} D = \operatorname{tg} A_K = \frac{\sin(V_K - V)}{\operatorname{tg} U_K \cdot \cos U - \sin U \cdot \cos(V_K - V)}. \quad (2.0.2)$$

U konformních zobrazení do roviny jsem používal vždy sečnou polohu, u ekvivalentních jsem se spokojil s tečnou polohou.

2.1 Zobrazení z elipsoidu na kouli

Všechny získané souřadnice se vztahují ke Clarkovu elipsoidu, který má charakteristiky (viz [17])

$$a = 6378206,4 \text{ m}$$

$$i = 1:294,978698'$$

2.1.1 konformní

Pro konformní zobrazení z elipsoidu na kouli jsem použil postupně rovnice uvedené v [2]

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_{\min} + \varphi_{\max}}{2}, \quad (2.1.1)$$

$$\alpha = \sqrt{1 + \frac{e^2 \cdot \cos^4 \varphi_0}{1 - e^2}}, \quad (2.1.2)$$

$$\sin U_0 = \frac{\sin \varphi_0}{\alpha}, \quad (2.1.3)$$

$$k = \frac{\operatorname{tg}^\alpha \left(\frac{\varphi_0}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cdot \left(\frac{1 - e \cdot \sin \varphi_0}{1 + e \cdot \sin \varphi_0} \right)^{\frac{\alpha e}{2}}}{\operatorname{tg} \left(\frac{U_0}{2} + \frac{\pi}{4} \right)}, \quad (2.1.4)$$

$$\operatorname{tg} \left(\frac{U}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{k} \cdot \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cdot \left(\frac{1 - e \cdot \sin \varphi}{1 + e \cdot \sin \varphi} \right)^{\frac{e}{2}} \right]^\alpha, \quad (2.1.5)$$

$$V = \alpha \cdot \lambda. \quad (2.1.6)$$

Jednotlivé charakteristiky zobrazení jsou

$$R = \frac{a \cdot \sqrt{1 - e^2}}{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_0}, \quad (2.1.7)$$

$$m = \frac{\alpha \cdot R \cdot \cos U \cdot \sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi}}{a \cdot \cos \varphi}, \quad (2.1.8)$$

$$P = m^2, \quad (2.1.9)$$

$$\sin \frac{\Delta \omega}{2} = 0. \quad (2.1.10)$$

2.1.2 ekvivalentní

Pro ekvivalentní zobrazení z elipsoidu na kouli jsem použil rovnice (viz [2])

$$\sin U = \frac{a^2 \cdot (1 - e^2)}{R^2 \cdot e} \cdot \left[\frac{e \cdot \sin \varphi}{2 \cdot (1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi)} + \frac{1}{4} \cdot \ln \frac{1 + e \cdot \sin \varphi}{1 - e \cdot \sin \varphi} \right], \quad (2.1.11)$$

$$V = \lambda. \quad (2.1.12)$$

Další charakteristiky zobrazení jsou

$$R = \frac{a \cdot \sqrt{1 - e^2}}{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_0}, \quad (2.1.13)$$

$$m_p = \frac{1}{m_r} = \frac{M \cdot \cos \varphi}{R \cdot \cos U}, \quad (2.1.14)$$

$$P = 1, \quad (2.1.15)$$

$$\sin \frac{\Delta \omega}{2} = \frac{1 - m_p^2}{1 + m_p^2}. \quad (2.1.16)$$

2.2 Azimutální zobrazení do roviny

Pro všechna azimutální zobrazení v obecné poloze platí

$$\rho = f(\check{S}), \quad (2.2.1)$$

$$\varepsilon = D. \quad (2.2.2)$$

Protože kartografické poledníky a rovnoběžky jsou hlavními paprsky, výrazy pro zkreslení nabývají tvarů (podle [2])

$$m_p = -\frac{d\rho}{R \cdot d\check{S}}, \quad (2.2.3)$$

$$m_r = \frac{\rho}{R \cdot \cos \check{S}}, \quad (2.2.4)$$

$$P = m_p \cdot m_r, \quad (2.2.5)$$

$$\sin \frac{\Delta\omega}{2} = \frac{m_r - m_p}{m_r + m_p}. \quad (2.2.6)$$

2.2.1 konformní

Z podmínky konformity pro ortogonální zobrazení získáme rovnici (podle [2])

$$\rho = C \cdot \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} = C \cdot \frac{1 - \sin \check{S}}{\cos \check{S}}. \quad (2.2.7)$$

Konstantu C jsem dourčil tak, aby podle extrémního kritéria platilo

$$m(\check{S} = \check{S}_{\min}) + m(\check{S} = 90^\circ) = 2 \quad (2.2.8)$$

nebo podle Airyho součtového kritéria

$$\sum_i (m_i - 1)^2 = \min. \quad (2.2.9)$$

Minimální zkreslení (pro kartografický pól) je potom z rovnic (2.2.4) a (2.2.8) podle extrémního kritéria

$$m_{\min} = m(\check{S} = 90^\circ) = \frac{C}{2 \cdot R} = \frac{2 \cdot (1 + \sin \check{S}_{\min})}{3 + \sin \check{S}_{\min}} \quad (2.2.10)$$

nebo z rovnic (2.2.4) a (2.2.9) podle Airyho kritéria

$$m_{\min} = m(\check{S} = 90^\circ) = \frac{C}{2 \cdot R} = \frac{\sum_i \frac{1}{1 + \sin \check{S}_i}}{2 \cdot \sum_i \frac{1}{(1 + \sin \check{S}_i)^2}} \quad (2.2.11)$$

Zobrazovací rovnice konformního azimutálního zobrazení se odvodí z (2.2.7) a (2.2.10), popř. (2.2.11)

$$\rho = \frac{4 \cdot R \cdot (1 + \sin \check{S}_{\min}) \cdot (1 - \sin \check{S})}{(3 + \sin \check{S}_{\min}) \cdot \cos \check{S}} = \frac{2 \cdot R \cdot m_{\min} \cdot (1 - \sin \check{S})}{\cos \check{S}}, \quad (2.2.12)$$

$$\varepsilon = D. \quad (2.2.13)$$

A nakonec pro délkové zkreslení bude platit z (2.2.4) a (2.2.12)

$$m = \frac{2 \cdot m_{\min}}{1 + \sin \check{S}} = m_{\min} + \frac{\rho^2}{4 \cdot R^2 \cdot m_{\min}}. \quad (2.2.14)$$

2.2.2 ekvivalentní

Z podmínky ekvivalence pro ortogonální zobrazení získáme rovnici (např. [11])

$$\rho^2 = k - 2 \cdot R^2 \cdot \cos \psi = k - 2 \cdot R^2 \cdot \sin \check{S}. \quad (2.2.15)$$

Konstantu k jsem dourčil tak, aby se pól zobrazil jako bod, takže konečné zobrazovací rovnice jsou po úpravě

$$\rho = R \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \sin \check{S})}, \quad (2.2.16)$$

$$\varepsilon = D. \quad (2.2.17)$$

A z rovnic (2.2.4) a (2.2.16) dostaneme vztahy pro délkové zkreslení ve směru kartografických rovnoběžek

$$m_r = \sqrt{\frac{2}{1 + \sin \check{S}}} = \frac{2 \cdot R}{\sqrt{4 \cdot R^2 - \rho^2}} \quad (2.2.18)$$

2.3 Válcové zobrazení do roviny

Pro všechna válcová zobrazení v obecné poloze platí

$$X = f(\check{S}), \quad (2.3.1)$$

$$Y = n \cdot D. \quad (2.3.2)$$

Protože kartografické poledníky a rovnoběžky jsou i v obecném válcovém zobrazení hlavními paprsky, výrazy pro zkreslení nabývají tvarů (podle [2])

$$m_p = \frac{dX}{R \cdot d\check{S}}, \quad (2.3.3)$$

$$m_r = \frac{n}{R \cdot \cos \check{S}}, \quad (2.3.4)$$

$$P = m_p \cdot m_r, \quad (2.3.5)$$

$$\sin \frac{\Delta\omega}{2} = \frac{|m_r - m_p|}{m_r + m_p}. \quad (2.3.6)$$

2.3.1 konformní

Z podmínky konformity pro ortogonální zobrazení získáme rovnici (viz [11])

$$X = n \cdot \text{Intg} \left(\frac{\check{S}}{2} + \frac{\pi}{4} \right). \quad (2.3.7)$$

Konstantu n jsem dourčil tak, aby podle extrémního kritéria (např. [3])

$$m(\check{S} = \check{S}_{\max}) + m(\check{S} = 0^\circ) = 2 \quad (2.3.8)$$

nebo podle Airyho kritéria

$$\sum_i (m_i - 1)^2 = \min. \quad (2.3.9)$$

Minimální hodnota zkreslení (pro kartografický rovník) potom vyjde z (2.3.4) a (2.3.8)

$$m_{\min} = m(\check{S} = 0^\circ) = \frac{n}{R} = \frac{2 \cdot \cos \check{S}_{\max}}{1 + \cos \check{S}_{\max}} \quad (2.3.10)$$

nebo z (2.3.4) a (2.3.9)

$$m_{\min} = m(\check{S} = 0^\circ) = \frac{n}{R} = \frac{\sum_i \frac{1}{\cos \check{S}_i}}{\sum_i \frac{1}{\cos^2 \check{S}_i}} \quad (2.3.11)$$

Konečné zobrazovací rovnice pro konformní válcové zobrazení vyjdou ze vztahů (2.3.2), (2.3.7), (2.3.11)

$$X = m_{\min} \cdot R \cdot \text{Intg} \left(\frac{\check{S}}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = m_{\min} \cdot R \cdot \ln \frac{1 + \sin \check{S}}{\cos \check{S}}, \quad (2.3.12)$$

$$Y = m_{\min} \cdot R \cdot D. \quad (2.3.13)$$

Hodnota délkového zkreslení je potom s použitím (2.3.4), (2.3.10) a (2.3.12)

$$m = \frac{m_{\min}}{\cos \check{S}} = \frac{m_{\min} \cdot \left(1 + e^{\frac{2 \cdot X}{m_{\min} \cdot R}} \right)}{2 \cdot e^{\frac{X}{m_{\min} \cdot R}}}. \quad (2.3.14)$$

2.3.2 ekvivalentní

Z podmínky ekvivalence pro ortogonální zobrazení získáme rovnici (viz [11])

$$X = \frac{R^2}{n} \cdot \sin \check{S} + k. \quad (2.3.15)$$

Konstantu k jsem dourčil tak, aby se rovník zobrazil jako osa Y . Druhou podmínkou pro tečnou polohu je nezkreslený rovník. Potom tedy dostáváme zobrazovací rovnice pro ekvivalentní válcové zobrazení ve tvaru

$$X = R \cdot \sin \check{S}, \quad (2.3.16)$$

$$Y = R \cdot D. \quad (2.3.17)$$

Z rovnic (2.3.4) a (2.3.16) vyjde pro délkové zkreslení ve směru kartografických rovnoběžek

$$m_r = \frac{1}{\cos \check{S}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 - X^2}}. \quad (2.3.18)$$

2.4 Kuželové zobrazení do roviny

Pro všechna kuželová zobrazení v obecné poloze platí

$$\rho = f(\check{S}), \quad (2.4.1)$$

$$\varepsilon = n \cdot D. \quad (2.4.2)$$

Protože kartografické poledníky a rovnoběžky jsou i v obecném kuželovém zobrazení hlavními paprsky, výrazy pro zkreslení nabývají tvarů (např. [2])

$$m_p = -\frac{d\rho}{R \cdot d\check{S}}, \quad (2.4.3)$$

$$m_r = \frac{n \cdot \rho}{R \cdot \cos \check{S}}, \quad (2.4.4)$$

$$P = m_p \cdot m_r, \quad (2.4.5)$$

$$\sin \frac{\Delta\omega}{2} = \frac{|m_r - m_p|}{m_r + m_p}. \quad (2.4.6)$$

2.4.1 konformní

Z podmínky konformity pro ortogonální zobrazení získáme rovnici (viz [11])

$$\rho = \rho_0 \cdot \left[\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\check{S}_0}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\check{S}}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} \right]^n. \quad (2.4.7)$$

Konstanty n , ρ_0 jsem nejprve dourčil pro tečnou polohu kužele (podobný postup je v [2])

$$\rho_0 = R \cdot \cotg \check{S}_0, \quad (2.4.8)$$

$$n = \sin \check{S}_0. \quad (2.4.9)$$

Následně hledám takovou multiplikační konstantu k , kde

$$k = \frac{\rho}{\rho_{tečná\ poloha}}, \quad (2.4.10)$$

tak, aby platilo extrémní kritérium

$$m(\check{S} = \check{S}_{\max}) + m(\check{S} = \check{S}_0) = 2, \quad (2.4.11)$$

nebo Airyho kritérium

$$\sum_i (m_i - 1)^2 = \min. \quad (2.4.12)$$

Vztah pro minimální zkreslení (na původně dotykové kartografické rovnoběžce) podle extrémního kritéria lze odvodit z rovnic (2.4.4), (2.4.7), (2.4.8), (2.4.9), (2.4.10) a (2.4.11). Upravil jsem ho na tvar

$$m_{\min} = k = \frac{2 \cdot n^{n-1} \cdot \rho_0^{n-1} \cdot (1 + \sin \check{S}_{\max})^n}{n^{n-1} \cdot \rho_0^{n-1} \cdot (1 + \sin \check{S}_{\max})^n + R^{n-1} \cdot (1+n)^n \cdot \cos^{n-1} \check{S}_{\max}}. \quad (2.4.13)$$

Pokud místo rovnice (2.4.11) použiji (2.4.12), dostanu

$$m_{\min} = k = \frac{n^{n-1} \cdot \rho_0^{n-1} \cdot \sum_i \frac{\cos^{n-1} \check{S}_i}{(1 + \sin \check{S}_i)^n}}{R^{n-1} \cdot (1+n)^n \cdot \sum_i \frac{\cos^{2(n-1)} \check{S}_i}{(1 + \sin \check{S}_i)^{2n}}}. \quad (2.4.14)$$

Zobrazovací rovnice již vlastně známe

$$\rho = \rho_0 \cdot m_{\min} \cdot \left[\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\check{S}_0}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\check{S}}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} \right]^n \quad (2.4.15)$$

$$\varepsilon = n \cdot D \quad (2.4.16)$$

A nakonec délkové zkreslení z (2.4.4), (2.4.15) je

$$\begin{aligned} m &= \frac{m_{\min} \cdot R^{n-1} \cdot (1+n)^n \cdot \cos^{n-1} \check{S}}{n^{n-1} \cdot \rho_0^{n-1} \cdot (1+\sin \check{S})^n} = \\ &= \frac{m_{\min}^{\frac{1}{n}} \cdot (1+n) \cdot \rho^{1-\frac{1}{n}}}{2 \cdot \rho_0^{1-\frac{1}{n}}} + \frac{n^2 \cdot \rho_0^{1-\frac{1}{n}} \rho^{1+\frac{1}{n}}}{2 \cdot R^2 \cdot m_{\min}^{\frac{1}{n}} \cdot (1+n)} \end{aligned} \quad (2.4.17)$$

2.4.2 ekvivalentní

Z podmínky ekvivalence pro ortogonální zobrazení získáme rovnici (viz [11])

$$\rho^2 = \rho_0^2 + \frac{2 \cdot R^2}{n} \cdot (\sin \check{S}_0 - \sin \check{S}) \quad (2.4.18)$$

Konstanty n a ρ_0 jsem znovu dourčil pro tečnou polohu kužele ze vztahů (2.4.8) a (2.4.9), takže konečné zobrazovací rovnice ekvivalentního kuželového zobrazení jsou

$$\rho = \frac{R}{\sin \check{S}_0} \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \sin \check{S}_0 \cdot \sin \check{S} + \sin^2 \check{S}_0} \quad (2.4.19)$$

$$\varepsilon = D \cdot \sin \check{S}_0 \quad (2.4.20)$$

A délkové zkreslení ve směru kartografických rovnoběžek určím z rovnic (2.4.4) a (2.4.19)

$$m_r = \frac{\sqrt{1 - 2 \cdot \sin \check{S}_0 \cdot \sin \check{S} + \sin^2 \check{S}_0}}{\cos \check{S}} = \frac{2 \cdot \rho}{R \cdot \sqrt{\frac{4}{\sin^2 \check{S}_0} - \left(\frac{1}{\sin^2 \check{S}_0} + 1 - \frac{\rho^2}{R^2} \right)^2}}. \quad (2.4.21)$$

3 Optimalizační typ zobrazení

3.1 K teorii

Teorie tvorby těchto zobrazení je dostatečně popsána v literatuře ([1], [5], [6], [7], [8], [9], [13]). Vychází z obrácené úlohy matematické kartografie, při které se narozdíl od běžnější přímé úlohy nezavádějí počáteční zjednodušující podmínky. Zobrazovací rovnice tak vznikají pouze z požadavků na průběh kartografických zkruslení.

Teorie se zabývá především konformními zobrazeními, řešil jsem tedy také pouze zobrazení konformní.

3.2 Vlastní zobrazení

Hledáme (viz [5]) řešení Laplaceovy rovnice.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial Q^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial V^2} = 0, \quad (3.2.1)$$

ve tvaru

$$u = \sum_{j=0}^n a_j \cdot F_j + b_j \cdot T_j. \quad (3.2.2)$$

Homogenní harmonické polynomy F_j a T_j vypočítám pro každý z N bodů (jedná se o body hranice u minimaximálního zobrazení nebo o body sítě u variačních zobrazení) ze vztahu

$$F_j + iT_j = (Q + iV)^j \quad (3.2.3)$$

jako reálnou, popř. imaginární část. Prvních 6 polynomů tedy vypadá takto

$$\begin{array}{ll}
 F_0 = 1 & T_0 = 0 \\
 F_1 = Q & T_1 = V \\
 F_2 = Q^2 - V^2 & T_2 = 2 \cdot Q \cdot V \\
 F_3 = Q^3 - 3 \cdot Q \cdot V^2 & T_3 = 3 \cdot Q^2 \cdot V - V^3 \\
 F_4 = Q^4 - 6 \cdot Q^2 \cdot V^2 + V^4 & T_4 = 4 \cdot Q^3 \cdot V - 4 \cdot Q \cdot V^3 \\
 F_5 = Q^5 - 10 \cdot Q^3 \cdot V^2 + 5 \cdot Q \cdot V^4 & T_5 = 5 \cdot Q^4 \cdot V - 10 \cdot Q^2 \cdot V^3 + V^5 \\
 \vdots & \vdots
 \end{array} \quad . \quad (3.2.4)$$

Koeficienty a_j , b_j potom dostanu pomocí metody nejmenších čtverců ze soustavy, uvedené v [13]

$$(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{c} = -\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{l}, \quad (3.2.5)$$

kde

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{A} = \begin{pmatrix} F_0^{(1)} & \cdots & F_n^{(1)} & T_1^{(1)} & \cdots & T_n^{(1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_0^{(N)} & \cdots & F_n^{(N)} & T_1^{(N)} & \cdots & T_n^{(N)} \end{pmatrix} \\
 \mathbf{l} = (\ln \cosh Q^{(1)} \quad \cdots \quad \ln \cosh Q^{(N)})^T \\
 \mathbf{c} = (a_0 \quad \cdots \quad a_n \quad b_1 \quad \cdots \quad b_n)
 \end{array} \quad . \quad (3.2.6)$$

Na řešení takovýchto soustav rovnic má Matlab operátor „\“ (popsán v [18]). Zkoušel jsem i jiné metody řešení (viz např. [12]), ale tato dávala nejlepší výsledky.

Délkové zkreslení v libovolném bodě potom vypočtu ze vztahu

$$m = e^{\sum_{j=0}^n a_j \cdot F_j + b_j \cdot T_j + \ln \cosh Q} = e^u \cdot \cosh Q, \quad (3.2.7)$$

a zbývají už jen zobrazovací rovnice. Ty hledám ve tvaru

$$X + iY = \sum_{j=1}^n (r_j + is_j) \cdot (Q + iV)^j, \quad (3.2.8)$$

tedy

$$\begin{aligned} X &= \sum_{j=1}^n r_j \cdot F_j - s_j \cdot T_j \\ Y &= \sum_{j=1}^n r_j \cdot T_j + s_j \cdot F_j \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

Při pohledu na (3.2.4) je vidět, že

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_j}{\partial Q} & \frac{\partial F_j}{\partial V} \\ \frac{\partial T_j}{\partial Q} & \frac{\partial T_j}{\partial V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j \cdot F_{j-1} & -j \cdot T_{j-1} \\ j \cdot T_{j-1} & j \cdot F_{j-1} \end{pmatrix}. \quad (3.2.10)$$

Z rovnic (3.2.9) a (3.2.10) je tedy zřejmé, že

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial X}{\partial Q} & \frac{\partial X}{\partial V} \\ \frac{\partial Y}{\partial Q} & \frac{\partial Y}{\partial V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^n j \cdot r_j \cdot F_{j-1} - j \cdot s_j \cdot T_{j-1} & \sum_{j=1}^n -j \cdot r_j \cdot T_{j-1} - j \cdot s_j \cdot F_{j-1} \\ \sum_{j=1}^n j \cdot r_j \cdot T_{j-1} + j \cdot s_j \cdot F_{j-1} & \sum_{j=1}^n j \cdot r_j \cdot F_{j-1} - j \cdot s_j \cdot T_{j-1} \end{pmatrix} \quad (3.2.11)$$

a v [6] je ukázáno, že platí také

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial X}{\partial Q} & \frac{\partial X}{\partial V} \\ \frac{\partial Y}{\partial Q} & \frac{\partial Y}{\partial V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \cdot \cos \mu & -v \cdot \sin \mu \\ v \cdot \sin \mu & v \cdot \cos \mu \end{pmatrix}, \quad (3.2.12)$$

kde

$$\begin{aligned} \mu &= \sum_{j=1}^n a_j \cdot T_j - b_j \cdot F_j \\ v &= e^{\sum_{j=0}^n a_j \cdot F_j + b_j \cdot T_j} = e^u \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

Můžeme tedy sestavit soustavu rovnic

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n j \cdot r_j \cdot F_{j-1} - j \cdot s_j \cdot T_{j-1} &= v \cdot \cos \mu \\ \sum_{j=1}^n j \cdot r_j \cdot T_{j-1} + j \cdot s_j \cdot F_{j-1} &= v \cdot \sin \mu \end{aligned} \quad (3.2.14)$$

Pomocí metody nejmenších čtverců vyjádříme koeficienty z rovnice

$$(\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{B}) \cdot \mathbf{w} = -\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{h}, \quad (3.2.15)$$

kde

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} F_0^{(1)} & \cdots & n \cdot F_{n-1}^{(1)} & -T_0^{(1)} & \cdots & n \cdot T_{n-1}^{(1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_0^{(N)} & \cdots & n \cdot F_{n-1}^{(N)} & -T_0^{(N)} & \cdots & n \cdot T_{n-1}^{(N)} \\ T_0^{(1)} & \cdots & n \cdot T_{n-1}^{(1)} & F_0^{(1)} & \cdots & n \cdot F_{n-1}^{(1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_0^{(N)} & \cdots & n \cdot T_{n-1}^{(N)} & F_0^{(N)} & \cdots & n \cdot F_{n-1}^{(N)} \end{pmatrix} \quad (3.2.16)$$

$$\mathbf{h} = (v^{(1)} \cdot \cos \mu^{(1)} \quad \cdots \quad v^{(N)} \cdot \cos \mu^{(N)} \quad v^{(1)} \cdot \sin \mu^{(1)} \quad \cdots \quad v^{(N)} \cdot \sin \mu^{(N)})^T.$$

$$\mathbf{w} = (r_1 \quad \cdots \quad r_n \quad s_1 \quad \cdots \quad s_n)^T$$

Když nyní dosadíme koeficienty z vektoru \mathbf{h} do rovnic (3.2.9), dostaneme zobrazovací rovnice. Protože se ale při jejich použití území zobrazí zrcadlově převrácené, musí se ještě jedna z rovnic vynásobit -1 . Konečné tvary tedy mohou být

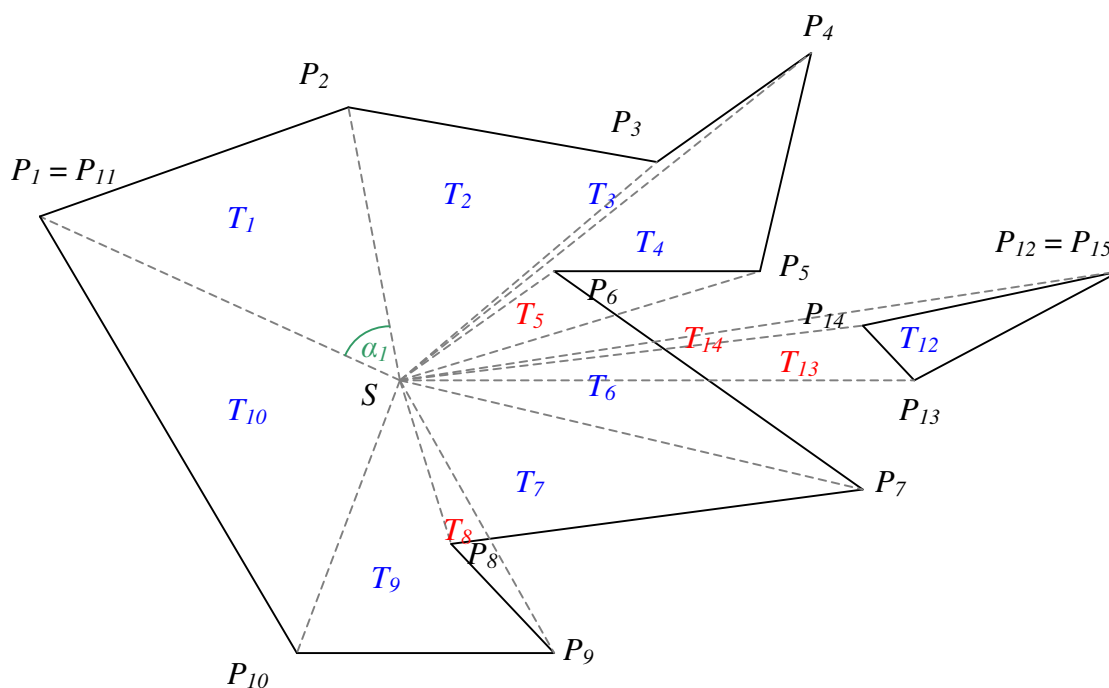
$$\begin{aligned} X &= \sum_{j=1}^n r_j \cdot F_j - s_j \cdot T_j \\ Y &= \sum_{j=1}^n -r_j \cdot T_j - s_j \cdot F_j \end{aligned} \quad (3.2.17)$$

4 Použité algoritmy

Před sestavením funkcí jsem musel vymyslet mnoho algoritmů, podle kterých jsem mohl funkce tvořit. V této kapitole popisují ty nejdůležitější.

4.1 Výpočet rozlohy území

Rozlohu jakéhokoli polygonu lze spočítat jako součet ploch dílčích trojúhelníků T_i z Obr. 4.1, červeně popsané trojúhelníky mají opačnou orientaci, proto se odčítají.



Obr. 4.1

Protože se nacházíme na kulové ploše, počítáme plochu sférických trojúhelníků podle vzorce (uvedeném např. v [14])

$$Plocha = \varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - \pi. \quad (4.1.1)$$

4.2 Test příslušnosti bodu k území

Pro bod S musí platit

$$\sum_i \alpha_i = \sum_i \angle(P_i S P_{i+1}) = 2 \cdot \pi. \quad (4.2.1)$$

Je to zřejmé i z Obr. 4.1. Kdyby bod S ležel mimo území, byla by suma ze vzorce (4.2.1) nulová.

4.3 Tvorba sítě bodů

Pro mnoho výpočtů bylo zapotřebí vytvořit uvnitř zadaného území rovnoměrnou síť bodů. V pracích [1], [4] bylo použito geografické sítě, pro obecné území to však není příliš vhodné. Pokusil jsem se na kouli vytvořit trojúhelníkovou síť takto:

- 1) Podle algoritmu 4.1 se vypočte rozloha území.
- 2) Zvolí se nějaký střed (těžiště T) území a otestuje se zda leží uvnitř území podle algoritmu. Pokud ano, dostaneme první bod sítě.
- 3) Odvodil jsem přibližný vzorec

$$r = \sqrt{\frac{3 \cdot P}{\pi \cdot N}}, \quad (4.3.1)$$

podle kterého se vypočte poloměr nejmenší kružnice, resp. oblouk kulového vrchlíku (N je zamýšlený počet bodů sítě)

- 4) Testuje se, zda body o vzdálenosti

$$\sigma_{Ti} = i \cdot r, \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.3.2)$$

a azimutu

$$A_{rij} = \frac{j \cdot \pi}{i \cdot 3}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad j = 0, 1, \dots, 6 \cdot i - 1 \quad (4.3.3)$$

leží uvnitř území. Pokud ano, přidáme je do pole bodů sítě.

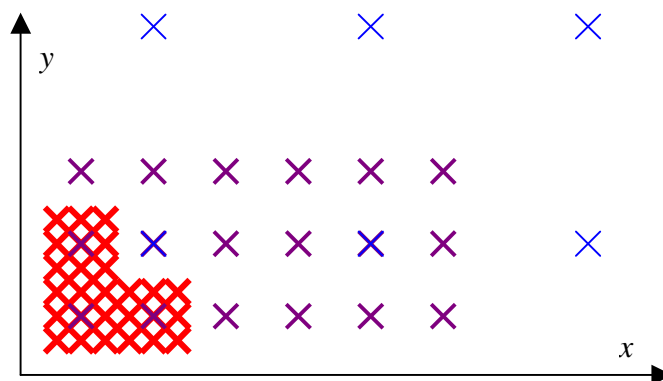
- 5) Testování se ukončí po překročení mezní vzdálenosti. Výpočet lze pro některá území zkrátit tím, že se nejprve otestují celé sférické lichoběžníky.

Ani body takto vytvořené sítě nejsou rozloženy úplně rovnoměrně, na okrajích jsou rozloženy hustěji než kolem středu, ale tato nerovnoměrnost se projevuje více až pro velmi rozlehlá území a na správný chod programu nemá vliv. Samozřejmě by bylo možno algoritmus upravit, ale jen na úkor výpočetní náročnosti.

4.4 Nalezení globálního minima funkce dvou neznámých

Minimum nelineární funkce $f(x,y)$ jsem hledal podle následujícího algoritmu:

- 1) Zájmová oblast se pokryje $N \times N$ body (N se volí podle předpokládaného průběhu funkce).
- 2) Pro každý bod se vypočte $f(x_i, y_i)$.



Obr. 4.2

- 3) Vybere se devítina bodů, tedy $\frac{N^2}{9}$ s nejmenší hodnotou $f(x_i, y_i)$ a k nim se přidají další z osmiokolí každého bodu (Obr. 4.2).
- 4) Dokud se nedosáhne požadované přesnosti, pokračuje se znovu od bodu 2).

4.5 Hledání kartografických pólů

4.5.1 Extrémní kritérium

Pokud nás zajímají pouze extrémní hodnoty zkreslení, chceme najít kartografický pól takový, aby

$$m_{\max} - m_{\min} = \min. \quad (4.5.1)$$

Protože izometrické křivky ve všech použitých jednoduchých zobrazeních kopírují kartografické rovnoběžky, nemá na volbu kartografického pólu vliv, zda jde o zobrazení konformní nebo ekvivalentní. Rozhoduje tedy pouze zobrazovací plocha a požadavky na rozložení zkreslení. U azimutálního zobrazení to znamená najít co nejmenší povrchovou kružnici, do které se vejde celé území (kružnice opsaná).

4.5.1.1

Nejprve najdeme 2 nejvzdálenější body E_1, E_2 podle následujícího algoritmu.

- 1) Zvolíme počáteční bod E_1 , např. nejsevernější bod území.
- 2) Druhý bod E_2 bude ten nejvzdálenější bod od E_1 , pokud k němu existuje na hranici území bod vzdálenější než E_1 , pak tento nahradíme, atd. Tímto postupem dostaneme 2 navzájem nejvzdálenější body, ale ještě to nemusí být hledaná dvojice.

- 3) Sestrojíme povrchovou kružnici nad průměrem E_1E_2 , její střed promítnutý na povrch koule označíme S .
- 4) Nejevzdálenější bod od S z těch, které jsou blíže k E_1 než k E_2 označíme F_1 a nalezneme dvojici F_1, F_2 podle bodu 2).
- 5) Nejevzdálenější bod od S z těch, které jsou blíže k E_2 než k E_1 označíme G_1 a nalezneme dvojici G_1, G_2 podle bodu 2).
- 6) Pokud $|F_1F_2| > |E_1E_2|$ nebo $|G_1G_2| > |E_1E_2|$, přeznačíme F_1, F_2 nebo G_1, G_2 na E_1, E_2 a pokračujeme znovu bodem 3). V opačném případě ukončíme algoritmus.

4.5.1.2

Další algoritmus již použijeme pro nalezení samotné kružnice opsané (značení je stejné jako v předchozím algoritmu):

- 1) Může nastat situace (poměrně často), že celé území již leží uvnitř kružnice, sestrojené nad průměrem E_1E_2 . V tom případě algoritmus ukončíme.
- 2) Označíme E_3 bod nejvzdálenější od S .
- 3) Proložíme kružnici k body E_1, E_2, E_3 .
- 4) Pokud existuje bod vně kružnice, označíme ho jako E_1, E_2 nebo E_3 , podle toho, který z těchto bodů je mu nejbližší.
- 5) Znovu proložíme kružnici k body E_1, E_2, E_3 .
- 6) Pokud existuje bod vně kružnice k a zároveň trojúhelník $E_1E_2E_3$ je tupouhlý, označíme E_1, E_2 body u kterých je ostrý úhel a vrátíme se k bodu 2).
- 7) Pokud stále existuje bod vně kružnice k , vrátíme se k bodu 4), jinak ukončíme algoritmus.

Pro válcové a kuželové zobrazení se mi nepodařilo nalézt dostatečně rychlý algoritmus nalezení ideálního kartografického pólu pro podmínku (4.5.1), proto jsem použil stejných algoritmů jako v kapitole 4.5.2, pouze jsem do výpočtů dosazoval místo bodů sítě body hranice území. Znamená to vlastně přechod od kritéria extrémního ke

kritériu minimaximálnímu. Tento postup funguje někdy dobře, u některých území však nejsou výsledky tak dobré.

4.5.2 Airyho součtové kritérium

Pokud nás zajímá rozložení zkreslení po celém území, chceme najít (podle Airyho kritéria) kartografický pól takový, aby

$$A = \sum_i \frac{(m_r - 1)^2 + (m_p - 1)^2}{2} = \min . \quad (4.5.2)$$

Ne úplně ideálním, ale pro většinu území postačujícím postupem, je nalezení takové zobrazovací plochy (roviny, válce, kužele), pro kterou platí

$$\sum_i d_i^2 = \min , \quad (4.5.3)$$

kde d_i je vzdálenost bodu sítě od tečné plochy. Pro další výpočty jsem používal pravoúhlé souřadnice ξ, η, ζ pro něž platí

$$\begin{aligned} \xi &= x \cdot \sin U_K \cdot \cos V_K + y \cdot \sin U_K \cdot \sin V_K - z \cdot \cos U_K \\ \eta &= -x \cdot \sin V_K + y \cdot \cos V_K \\ \zeta &= x \cdot \cos U_K \cdot \cos V_K + y \cdot \cos U_K \cdot \sin V_K + z \cdot \sin U_K \end{aligned} . \quad (4.5.4)$$

4.5.2.1

V azimutálním zobrazení hledáme rovinu ve tvaru

$$\zeta = 1 , \quad (4.5.5)$$

potom

$$\begin{aligned} \sum_i d_i^2 &= \sum_i (1 - \zeta_i)^2 = \\ &= \sum_i (1 - x_i \cdot \cos U_K \cdot \cos V_K + y_i \cdot \cos U_K \cdot \sin V_K + z_i \cdot \sin U_K)^2 . \end{aligned} \quad (4.5.6)$$

Derivováním podle U_K a V_K a získáme příliš složité rovnice, proto raději využijeme algoritmus 4.4 pro U_K a V_K . Zájmovou oblastí bude sférický lichoběžník obsahující naše území.

4.5.2.2

Ve válcovém zobrazení hledáme válec ve tvaru

$$\sqrt{\xi^2 + \eta^2} = 1 , \quad (4.5.7)$$

potom

$$\sum_i d_i^2 = \sum_i \left(1 - \sqrt{\xi_i^2 + \eta_i^2}\right)^2 . \quad (4.5.8)$$

Obdobně jako v 4.5.2.1 budeme hledat U_K a V_K pomocí algoritmu 4.4. Tentokrát bude zájmovou oblastí severní polokoule.

4.5.2.3

Pro kuželové zobrazení hledáme kužel

$$\sqrt{\xi^2 + \eta^2} \cdot \cos \tau + \zeta \cdot \sin \tau = 1 , \quad (4.5.9)$$

kde τ je kartografická šířka dotykové rovnoběžky, potom

$$\sum_i d_i^2 = \sum_i \left(1 - \sqrt{\xi_i^2 + \eta_i^2} \cdot \cos \tau - \zeta \cdot \sin \tau\right)^2 . \quad (4.5.10)$$

Tentokrát hledáme 3 neznámé U_K , V_K , τ . Využijeme opět algoritmus 4.4 a výpočet si zjednodušíme položením

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{\sum_i \zeta_i}{\sum_i \sqrt{\xi_i^2 + \eta_i^2}}. \quad (4.5.11)$$

V tomto případě se pokusíme z výpočtů vyjmout odvrácenou polokouli a také onen sférický lichoběžník, na který jsme se při azimutálním zobrazení omezili (vzniklo by nám nesouvislé zobrazení).

5 Popis sestavených funkcí

Tato kapitola popisuje všechny funkce, jež jsem vytvořil. Funkce jsou seřazeny podle abecedy. Jejich popis je v některých případech velmi stručný, protože použité algoritmy jsou již uvedeny v kapitole 4. Výpisy programových kódů potom obsahuje Příloha D.

5.1 Azimut.m

Jednoduchá funkce, která vypočítá z geografických souřadnic dvou bodů azimut z jednoho bodu na druhý podle vzorce

$$A_{12} = \operatorname{arctg} \frac{\sin \Delta V}{\operatorname{tg} U_2 \cdot \cos U_1 - \sin U_1 \cdot \cos \Delta V} \quad (5.1.1)$$

a upraví tak, aby výstupní hodnota byla od 0 do 2π .

5.2 Azimutalni.m

Funkce, která hledá ideální kartografický pól pro azimutální zobrazení ze sítě bodů podle algoritmu 4.5.2.1. Tato funkce je sice výpočetně a časově náročnější než např. pouhé nalezení těžiště, ale dává lepší výsledky. Důležité je zde také správné určení V_{min} a V_{max} .

5.3 Diplomka.m

Funkce, pomocí jíž se spouští celý program. Její úlohou je nastavit počáteční parametry okna a všech objektů v něm, t.j. menu, rozbalovacích nabídek, tlačítek, textového pole, apod. Stiskem tlačítka „OK“ se volá funkce *Vyber.m* (viz kapitola 5.20).

5.4 Extrem.m

Funkce, která nalezne 2 nejvzdálenější body kteréhokoli území podle algoritmu 4.5.1.1.

5.5 Kruznice.m

Funkce, která prokládá kružnici třemi body A , B , C na povrchu koule a vrací její střed (na kulové ploše). Tento střed se vypočte jako průnik kulové plochy a přímky procházející středem koule a rovnoběžné s normálou roviny, dané body A , B , C .

5.6 Kuzelove.m

Funkce, která hledá ideální kartografický pól pro kuželové zobrazení ze sítě bodů podle algoritmu 4.5.2.3. Tato funkce sice nedává úplně ideální výsledky, neboť šířka dotykové kartografické rovnoběžky se určuje spíše intuitivně, ale nebylo možno prodlužovat již tak dosti náročný výpočet. Proto pro některá území, např. Polsko, Antarktida, tato funkce nefunguje správně.

5.7 *Nacti.m*

Funkce, která načte souřadnice ze *shapefilu*. Vstupem je název souboru a výstupem jsou dvě pole souřadnic φ a λ , dále pole ukazatelů na jednotlivé části území, např. ostrovy, a konečně i hodnoty φ_{min} , φ_{max} , λ_{min} , λ_{max} . Všechny souřadnice jsou již při načítání převedeny ze stupňů na radiány.

5.8 *Napoveda.m*

Funkce, která slouží jako nápověda k obsluze programu, podrobně popisuje uživateli všechny situace. Spouští se přímo v menu v hlavním okně.

5.9 *RadPolynomu.m*

Funkce, která mění nastavení objektů. Nejdůležitější je změna *UserData*, tedy změna nejvyššího řádu homogenních harmonických polynomů, které se používají při výpočtu optimalizačních zobrazovacích rovnic.

5.10 *Rovnice.m*

Funkce, která zobrazí ve zvláštním okně zobrazovací rovnice. Jedná se o obrázky ve formátu bitmapy, rovnice jsou původně vytvořeny v Microsoft Equation 3.0.

5.11 Sigma.m

Jednoduchá funkce, která vypočítá z geografických souřadnic dvou bodů jejich vzdálenost po ortodromě v radiánech podle vzorce

$$\sigma_{12} = \arccos(\sin U_1 \cdot \sin U_2 + \cos U_1 \cdot \cos U_2 \cdot \cos \Delta V). \quad (5.11.1)$$

5.12 Smernik.m

Jednoduchá funkce, která vypočítá z geografických souřadnic tří bodů orientovaný úhel podle vzorce

$$\alpha = A_{23} - A_{21}, \quad (5.12.1)$$

a upraví tak, aby výstupní hodnota byla od 0 do 2π . Využívá se zde funkce *Azimut.m* (viz kapitola 5.1).

5.13 Stred.m

Funkce, která nalezne střed a poloměr kružnice opsané libovolnému území na kulové ploše podle algoritmu 4.5.1.2.

5.14 StredSite.m

Jednoduchá funkce, která vypočítá z geografických souřadnic sítě bodů na povrchu koule geografické souřadnice těžiště této sítě, promítnutého na povrch koule. Využívá pouze funkcí převodu sférických souřadnic na pravoúhlé a zpět a aritmetického průměru.

5.15 Stupne.m

Funkce používaná při výpisu souřadnic převádí úhel v radiánech na stupně, minuty a vteřiny a vrací textový řetězec obsahující uživatelsky snadno čitelnou hodnotu souřadnice.

5.16 Teziste.m

Jednoduchá a nikoliv nezbytná funkce, která vypočte přibližně těžiště hranic území. Tento bod je vhodný jako počátek tvorby sítě, ale bylo by možno ho zvolit i jinak a zřejmě i lépe.

5.17 Trojuhelnik.m

Jednoduchá funkce, která vypočte obsah sférického trojúhelníka podle vzorce (4.1.1).

5.18 Uvnitr.m

Logická funkce využívající algoritmus 4.2 testuje, zda se bod nachází uvnitř území či nikoli.

5.19 Valcove.m

Funkce, která hledá ideální kartografický pól pro válcové zobrazení ze sítě bodů podle algoritmu 4.5.2.2. Protože pro každé válcové zobrazení existují 2 póly, stačí prohledávat severní polokouli.

5.20 Vyber.m

Funkce, která přiřadí uživatelem vybranému území správný soubor a z něj načte data. Dále např. podle rozsahu souřadnic určí optimální interval rovnoběžek a poledníků zobrazených v konečné mapě. Nakonec provede příslušné zobrazení z elipsoidu na kouli, po kterém se volá funkce *Vypocet.m* (viz kapitola 5.21).

5.21 Vypocet.m

Stěžejní funkce celého programu. Nejprve se potřebné vlastnosti objektů vloží do lokálních proměnných a načtou se příslušné sítě bodů. Potom se podle uživatelem vybraných podmínek začne s vlastním výpočtem. Postupně se najde kartografický pól a konstanty zobrazení (většinou jde o extrémní hodnoty zkreslení), objeví se zobrazovací

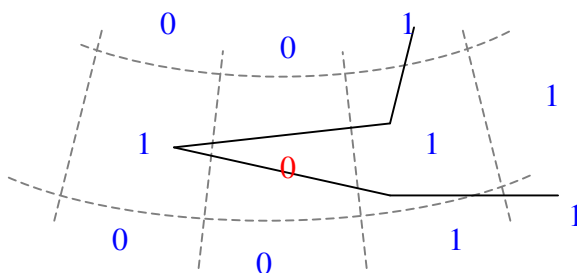
rovnice, provede se vlastní zobrazení pro hraniční body, vypočte se hodnota Airyho kritéria pro obě sítě bodů, vypočte se matice zkreslení, používaná při zobrazování ekvideformát a připraví se výpis charakteristik daného kartografického zobrazení.

Nakonec se provede výstup vypočtených hodnot do grafu. Vykreslí se geografická síť včetně popisů a kontura zobrazovaného území. Vypíší se charakteristiky zobrazení. Ekvideformáty se v mapě zobrazí po kliknutí myši na délkové zkreslení ve výpisu charakteristik.

5.22 VytvorSit.m, VytvorSit2.m

Dvě obdobné funkce sloužící k tvorbě sítí bodů podle algoritmu 4.3. Funkce vybere ze seznamu území a převede elipsoidické souřadnice na sférické, funkce *VytvorSit.m* provede konformní zobrazení, funkce *VytvorSit2.m* pak ekvivalentní zobrazení. Ve výpisech funkcí (Příloha D) je uvedena pouze první z nich, rovnice zobrazení z elipsoidu na kouli jsou stejné jako ve funkci *Vyber.m* (viz kapitola 5.20).

Urychlení výpočtu sítě se dosáhne pomocí vhodné volby tzv. síta. Síto vznikne rozdělením obalového sférického lichoběžníku na $n \times n$ lichoběžníků. Každý lichoběžník dostane hodnotu „1“ v případě, že buď některý z hraničních bodů území leží uvnitř něho nebo naopak některý ze 4 okrajových bodů lichoběžníka leží uvnitř území. Ostatní lichoběžníky dostanou hodnotu „0“. Body sítě potom hledáme pouze ve sférických lichoběžnících s hodnotou „1“.



Obr. 5.1

Pro území různých tvarů a různých hustot bodů je vhodné volit různé n , aby se výpočet naopak neprodloužil, nebo nenastala situace z Obr. 5.1 (příliš husté síto). Pro kontrolu se také vytvořená síť vykreslí.

Nakonec se vytvořená síť uloží do souboru s příslušnou příponou (Tab. 5.1).

Příkaz	Zobrazení na kouli	Počet bodů v síti	Přípona
VytvorSit(100)	konformní	cca 100	.k10
VytvorSit(250)	konformní	cca 250	.k25
VytvorSit2(100)	ekvivalentní	cca 100	.v10
VytvorSit2(250)	ekvivalentní	cca 250	.v25

Tab. 5.1

5.23 Zkresleni.m

Jednoduchá funkce, volaná při kliknutí myši na tabulku délkového zkreslení. Funkce vykreslí izometrické křivky délkového zkreslení pro stávající zobrazení (v případě ekvivalentního zobrazení izočáry délkového zkreslení ve směru kartografických rovnoběžek).

Závěr

Myslím, že práce byla natolik rozsáhlá, že ji nebylo možné za poměrně krátkou dobu dovést do úplné dokonalosti. Nicméně se mi podařilo vytvořit funkční program, který opravdu dokáže v krátkém čase odvodit zobrazovací rovnice požadovaného kartografického zobrazení.

Povedlo se mi najít fungující a dostatečně rychlou metodu odvození azimutálního zobrazení, ideálního z hlediska extrémního kritéria. Bohužel pro válcové a kuželové zobrazení se mi toto nepodařilo. Z výstupů programu uvedených v přílohách je však vidět, že sebelepší jednoduchá zobrazení v porovnání charakteristik nikdy nemohou obstát proti vhodně zvoleným optimalizačním zobrazením. Pro ty navíc hovoří i rychlejší výpočet.

Vzhledem k tomu, že nebylo možné zkontrolovat všech 18018 možných datových i grafických výstupů, nemohu prohlásit, že program funguje naprosto bezvadně. Testováním jsem se ale zabýval, a ošetřil jsem mnoho extrémních situací, ke kterým by mohlo dojít. Funkce, které jsou součástí tohoto programu však nejsou připraveny na jiné vstupy, než kterých je možno docílit v rámci programu a nejsou proti nim ošetřeny.

Zjednodušení, na která jsem byl nucen při řešení některých problémů přistoupit, nemají většinou vliv na konečné výsledky, přesto by bylo možno několik věcí ještě v budoucnu vylepšovat.

Program dobře ukazuje dobré a špatné vlastnosti jednotlivých zobrazení, která používá. Je možno s jeho pomocí rychle nalézt požadované zobrazení, ale také ho lze použít jako demonstrační či výukový program.

Použité zdroje informací

- [1] BOŘÍK, M.: Variační typ zobrazení sledující skutečný tvar území. Disertační práce. ČVUT, Praha, 2003.
- [2] BUCHAR, P.: Matematická kartografie 10. ČVUT, Praha, 2002.
- [3] BUCHAR, P.: Multiplikační konstanta v konformním zobrazení. Geodetický a kartografický obzor, 1999, číslo 7-8.
- [4] BUCHAR, P. – BOŘÍK, M.: Vzájemné porovnání konformních zobrazení České republiky. Geodetický a kartografický obzor, 2000, číslo 11.
- [5] HOFFMANN, Z. – HOJOVEC, V.: Konformní zobrazení asymetrické oblasti podle Čebyševova kritéria. Geodetický a kartografický obzor, 1976, číslo 6.
- [6] HOJOVEC, V.: Aplikace optimalizačních kritérií v konformních zobrazeních. Geodetický a kartografický obzor, 1996, číslo 7.
- [7] HOJOVEC, V. – KLÁŠTERKA, J. – RENDLOVÁ, H.: Užití Čebyševova a variačního kritéria v konformním zobrazení. Geodetický a kartografický obzor, 1975, číslo 1.
- [8] HOJOVEC, V. aj.: Kartografie. Geodetický a kartografický podnik, Praha, 1987.
- [9] HOJOVEC, V. aj.: Výsledky optimalizace konformního kartografického zobrazení pro Českou republiku. Geodetický a kartografický obzor, 1997, číslo 12.
- [10] PYŠEK, J.: Kartografie, kartometrie a matematická geografie v příkladech. ZČU, Plzeň, 2000.
- [11] PYŠEK, J.: Matematická kartografie – Třída jednoduchých zobrazení. ZČU, Plzeň, 1995.
- [12] RALSTON, A.: Základy numerické matematiky. Academia, Praha, 1973.
- [13] SKOŘEPA, Z. – DUŠEK, R.: Řešení konformního zobrazení České republiky pomocí programu MATLAB. Geodetický a kartografický obzor, 1997, číslo 6.
- [14] VYKUTIL, J.: Vyšší geodézie. Kartografie, Praha, 1982.

[15] URL: <http://www.cipotato.org/DIVA/data/DataServer.htm>

[16] URL: http://www.vdstech.com/map_data.htm

[17] ArcGIS Desktop Help.

[18] MATLAB Help Desk.

Seznam příloh

- Příloha A** Porovnání charakteristik pro různá zobrazení České republiky
- Příloha B** Ukázky zajímavých grafických výstupů pro různé země
- Příloha C** Ukázky grafických výstupů pro různá zobrazení České republiky
- Příloha D** Výpis programového kódu sestavených funkcí
- Příloha E** CD s programem